

國立臺灣師範大學機電科技學系
碩士論文

指導教授：陳美勇 博士

高精度管型線性馬達之摩擦分析及補償
器設計

**Friction analysis and compensator design for a
high-precision tubular linear motor**



研究生：郭智瑋 撰

中華民國 一 百 年 七 月

摘要

本論文研究之目的為設計並實現新型的高精密定位平台，並且針對摩擦力進行分析與補償器的設計。摩擦力為一種非常複雜的物理現象，會降低運動控制系統的定位精度與追蹤性能。

本論文所設計的實驗平台為單軸的定位平台，行程為 210mm，平台整體為 $529 \times 200 \times 67 \text{mm}^3$ 。為了減輕定位平台重量，平台機構採用鋁合金，傳動機構採用線性滑軌，致動器則使用管型線性馬達來驅動平台。

在摩擦力補償方面，我們首先建立與分析系統之動態模型，然後利用摩擦力模型或滑動觀測針對滑軌之摩擦力做估測，分別結合 PID 控制器、適應控制器或適應模糊控制器來對摩擦力進行補償，消除摩擦力對定位平台的影響，由模擬與實驗結果證明此系統為可行的。

關鍵詞：管型線性馬達、摩擦力、適應控制、模糊控制、滑動觀測器。

Abstract

The purpose of this paper is to design and achieve a high-precision positioning platform and design a compensator by analysis of friction. Friction is a very complex physical phenomenon. And it degrades the positioning accuracy and tracking performances of the system.

This paper proposes a single axle positioning platform which travel is 210mm, and its size is as compact as $529 \times 200 \times 67 \text{mm}^3$. The subject organization of the platform adopts the aluminum alloy material, in order to lighten the weight of the localization platform, the guiding devices adopt the linear slide rail. X axle use a tubular linear motor to drive the platform.

Firstly, the plant and dynamic model are derived and analyzed. Next, The estimation of friction is used by friction model or sliding-mode observer combined with PID controller, adaptive controller, adaptive fuzzy controller to eliminate the effect of friction. From simulation and experiment results, possible implementation, and satisfactory performances, and have been demonstrated.

Keywords: Tubular linear motor, Friction, Adaptive control, Fuzzy control, Sliding-mode observer

致 謝

此篇論文得以順利完成首先要感謝我的指導教授陳美勇博士，陳美勇老師在平日裡與學生們互動良好，恩師其研究學問之方法及態度與待人處事之道理，對我除了言教之外，更有潛移默化之身教作用，除此之外恩師尊重學生個人想法並且給予建議或協助，在此學生致上衷心的感激。

其次感謝口試委員練光祐博士與洪紹剛博士，於百忙之中仍不吝撥冗對本論文給予諸多指教與建議，使本論文得以更加嚴謹與周延。

接著感謝學長昌翰在我研究所期間，不僅僅在課業上或是想法上給予我協助與鼓勵，使我能夠順利的完成研究。也感謝實驗室學弟們偉恭、盈源、建勳、宗翰、建州、傳文、可偉及希哲，在研究期間互相勉勵，使我在研究上能更順利。此外因為實驗室和諧的氣氛，使我在這些年裡充滿美好回憶，在此感謝你們的陪伴。

最後要感謝家人們這幾年來對我的栽培與照顧，也因為有你們的安慰與打氣，使我在遇到沮喪與失落之餘，還能夠堅持地完成我的學業，僅以此論文獻給我敬愛的父親、母親與哥哥，以及所有關心我及陪伴我的諸多朋友們，願將這份喜悅與各位分享。

郭智瑋

精密運動控制實驗室

總 目 錄

摘要	I
Abstract.....	II
致謝	III
總目錄	IV
圖目錄	VII
表目錄	IX
第一章 緒論	1
1.1 前言	1
1.2 文獻回顧	2
1.3 研究動機與目的	6
1.4 本論文之貢獻	6
1.5 論文架構	7
第二章 摩擦力行為與摩擦力模型	8
2.1 摩擦力行為	8
2.2 靜態摩擦力模型(Static friction model)	10
2.2.1 古典摩擦模型(Classical friction model)	10
2.3 動態摩擦力模型(Dynamic friction model)	12
2.3.1 路易摩擦力模型(LuGre friction model)	12
第三章 系統組成與模型推導	15
3.1 系統組成	15
3.2 管型線性馬達	15
3.3 量測系統	17
3.4 線性滑軌	17
3.5 定位平台整體架構	18
3.6 系統動態模型之推導	19

第四章 控制系統設計	21
4.1 PID 控制器.....	22
4.1.1 Ziegler-Nichols 調整演算法	24
4.1.2 Chien-Hrones-Reswick 調整演算法.....	25
4.1.3 Cohen-Coon 調整演算法	26
4.1.4 模擬結果	27
4.2 滑動觀測適應控制器設計	29
4.2.1 滑動模式觀測器(Sliding-mode observer).....	29
4.2.2 適應控制器(Adaptive controller).....	30
4.2.3 模擬結果	32
4.3 適應模糊控制器設計	34
4.3.1 模糊控制器設計	35
4.3.2 模擬結果	40
第五章 實驗結果與討論	42
5.1 實驗設備	42
5.1.1 定位平台	42
5.1.2 控制器介面	43
5.1.3 感測器與驅動器	49
5.2 PID 控制器實驗結果.....	50
5.2.1 定點控制	50
5.2.2 正弦波控制	52
5.3 滑動觀測適應控制實驗結果.....	53
5.3.1 定點控制	53
5.3.2 正弦波控制	54
5.4 適應模糊控制實驗結果	56
5.4.1 定點控制	56
5.4.2 正弦波控制	57

第六章 結論與未來展望	60
參考文獻	61

圖 目 錄

圖 1-1	適應逆推控制器線性磁感馬達定位平台	2
圖 1-2	管型線性同步馬達定位平台	3
圖 1-3	永磁式線性馬達定位平台	4
圖 1-4	高精度雙軸定位平台	4
圖 1-5	定位平台控制架構圖	5
圖 1-6	線性馬達定位平台	5
圖 2-1	摩擦力與兩物體接觸面相對速度關係圖	9
圖 2-2	古典靜摩擦力模型	11
圖 2-3	路易摩擦力模型	12
圖 3-1	管型線性馬達定位平台爆炸圖	15
圖 3-2	管型線性馬達透視圖	16
圖 3-3	管型線性馬達定子透視圖	16
圖 3-4	MGW 型線性滑軌結構示意圖	18
圖 3-5	定位平台整體架構圖	18
圖 3-6	定位平台受力之自由體圖	19
圖 4-1	典型 PID 控制結構圖	23
圖 4-2	PID 控制器步階響應模擬圖	28
圖 4-3	PID 控制器弦波追蹤響應模擬圖	28
圖 4-4	滑動觀測適應控制器步階響應模擬圖	33
圖 4-5	滑動觀測適應控制器弦波響應模擬圖	33
圖 4-6	模糊控制器架構	35
圖 4-7	x 歸屬函數圖	40
圖 4-8	\dot{x} 歸屬函數圖	40

圖 4-9	適應模糊控制器步階響應模擬圖	41
圖 4-10	適應模糊控制器弦波響應模擬圖	41
圖 5-1	管型線性馬達平台實體圖	42
圖 5-2	管型線性馬達平台側邊定子支撐架實體圖	43
圖 5-3	NI PXI-6289 資料截取卡	45
圖 5-4	PID 控制系統介面圖	46
圖 5-5	PID 控制程式架構圖	46
圖 5-6	滑動觀測適應控制系統介面圖	47
圖 5-7	滑動觀測適應控制程式架構圖	47
圖 5-8	適應模糊控制系統介面圖	48
圖 5-9	適應模糊控制系統架構圖	48
圖 5-10	RGH-24-Y 線性增量光學尺.....	49
圖 5-11	ACP-090-09 驅動器	50
圖 5-12	定點控制響應圖(PID).....	51
圖 5-13	定點控制輸入響應圖(PID).....	51
圖 5-14	正弦波控制響應圖(PID).....	52
圖 5-15	正弦波控制輸入響應圖(PID).....	52
圖 5-16	定點控制響應圖(滑動觀測適應控制器).....	53
圖 5-17	定點控制輸入響應圖(滑動觀測適應控制器).....	54
圖 5-18	正弦波控制響應圖(滑動觀測適應控制器).....	55
圖 5-19	正弦波控制輸入響應圖(滑動觀測適應控制器).....	55
圖 5-20	定點控制響應圖(適應模糊控制器).....	56
圖 5-21	定點控制輸入響應圖(適應模糊控制器).....	57
圖 5-22	正弦波控制響應圖(適應模糊控制器).....	58
圖 5-23	正弦波控制輸入響應圖(適應模糊控制器).....	58

表 目 錄

表 4-1	PID 參數與系統時域性能指標間的關係.....	24
表 4-2	Ziegler-Nichols 調整公式.....	25
表 4-3	設定點問題 Chien-Hrones-Reswick 經驗調整公式.....	26
表 4-4	擾動抑制問題 Chien-Hrones-Reswick 經驗調整公式.....	26
表 4-5	Cohen-Coon 調整演算法的控制器參數.....	27
表 5-1	電腦與控制系統規格表.....	44
表 5-2	控制器之比較.....	59

第一章 緒論

1.1 前言

隨著工業科技的需求不斷提升，精密運動控制技術被廣泛地應用，例如晶圓傳輸設備、光阻曝光用的微步進機、表面黏貼技術的元件取置機、晶圓檢測機、黏晶機、點膠機、鐳線機、自動光學檢測機、光電設備中的光纖藕合機、微機電(MEMS)產業中的加速規(Accelerometer)噴墨印表頭、陀螺儀之製造與檢測設備、生醫應用上的心血管擴張器(Stent)及心律調整器(Pacemaker)等製造設備，以及LCD檢測機、光罩機、PCB鑽孔機及工具機應用等，其所需的定位精密度，扮演著重要的地位。在傳統的定位平台，其一是以步進馬達搭載滾珠導螺桿為架構；但是由於傳統的機械結構，會有背隙的產生，馬達與導螺桿的接觸、螺桿與線性導軌會產生機械震動、噪音與摩擦力等現象，對精密度上有很大的影響；另一種為液氣壓缸，由於精度不高、工作環境溫度，都會影響氣壓缸的效率。因此為了得到高效率、高精密度的定位平台，具有高驅動速度、高移動行程、無齒隙現象、反應快速、能產生極大力量、操作溫度範圍廣大、精密定位特性的線性馬達正符合這項需求，因此其被廣泛地應用在精密定位平台上，但是線性馬達也有缺點：易受磁場的干擾、成本較高、有嚴重漣波效應影響推力的穩定性。並且在精密定位平台運動控制系統中，往往會遇到摩擦力對系統所造成一些明顯的限制，例如：導致系統具有較大的追蹤誤差，造成平台的振盪，在低速區或速度反曲點時產生遲滯效應等問題，會造成這些問題的原因，來自於摩擦力具有時變非線性複雜的物理現象。

1.2 文獻回顧

在摩擦力補償方面，可分為以非模型為基礎(Non-model-based)的補償方式，將摩擦力視為系統的外部干擾(Disturbance)，利用回授控制(Feedback control)的方法將摩擦力進行補償，如工業廣泛使用比例-積分-微分控制器(Proportional-Integral-Derivative controller)來消除摩擦力對系統性能表現的影響。而另一種以模型為基礎的補償方式，則是利用摩擦模型計算摩擦力來進行補償。例如：阿姆斯壯(Armstrong Helouvry)等學者[1]針對機械系統的摩擦力，透過模型的方法來分析，並且對其進行補償。因為靜摩擦模型，並不能將摩擦行為完全描述分析，所以 Canudas de Wit[2] 提出一個新型的動態摩擦力模型，將摩擦力在低速時及速度反曲點的特性，有完善的描述分析，並且建立觀測器來進行摩擦力的補償。

Chin-I Huang and Li-Chen Fu[3]等學者，利用路易摩擦力模型(LuGre friction model)提出適應逆推控制器(Adaptive backstepping controller)來對摩擦力進行補償。



圖 1-1 適應逆推控制器線性磁感馬達定位平台

Francesco Cupertino, and David Naso[4]等學者，設計雙層滑動模式控制器(Sliding-mode control with double boundary layer)搭配比例積分干擾觀測器(Proportional-integral-based disturbance observer)來對平台負載及摩擦力做強健性補償。

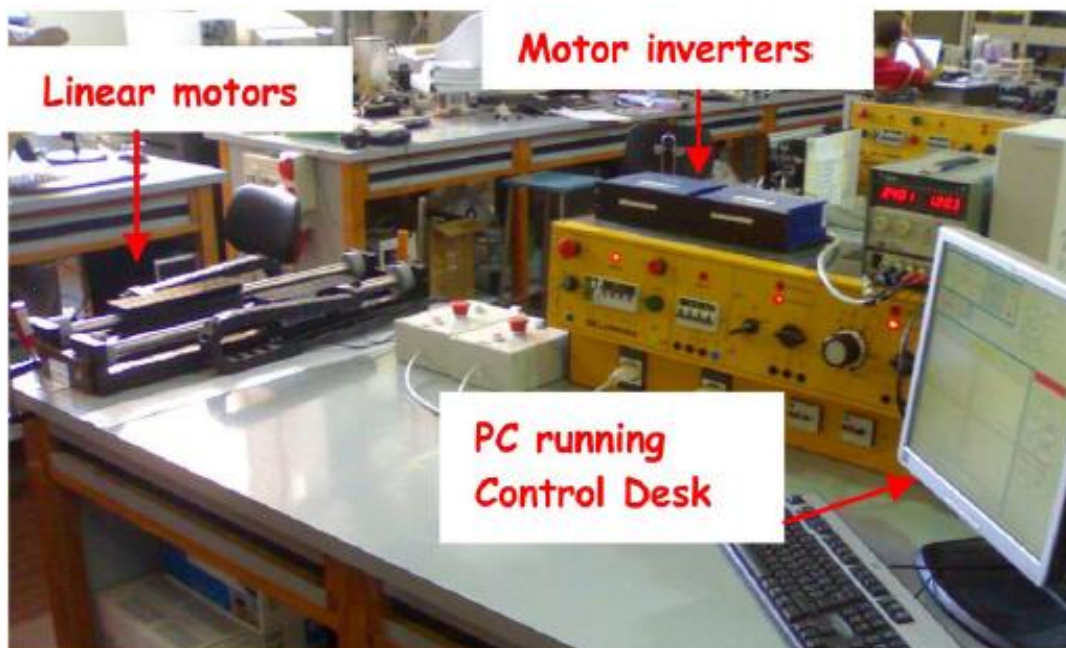


圖 1-2 管型線性同步馬達定位平台

在 Si-Lu Chen and Kok Kiong Tan [5]則是提出藉由遲滯伺服電機(Hysteretic relay)及雙重輸入敘述函數(Dual-input describing function)來對永磁式線性馬達的漣波力及平台摩擦力進行模型化及補償。

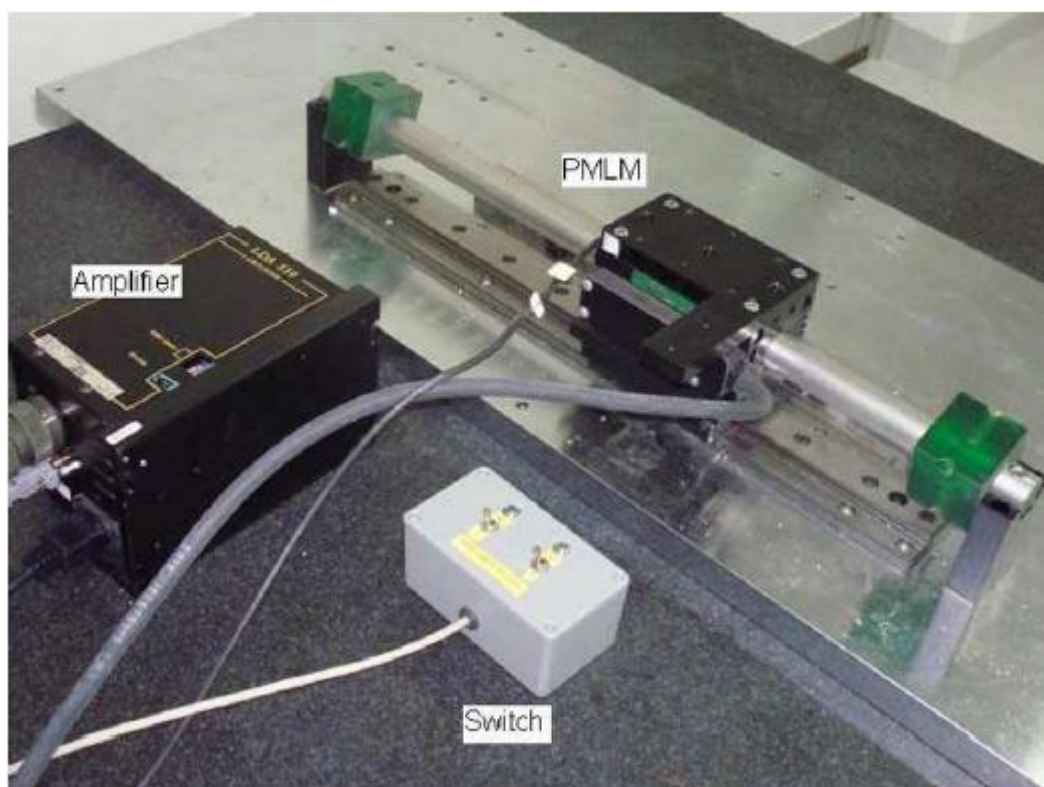


圖 1-3 永磁式線性馬達定位平台

Arvid Amthor and Stephan Zschaeck [6]等學者則利用動態非線性倒傳遞方法(Dynamic nonlinear regression)來估測系統參數，並對高精度雙軸定位平台的摩擦力做前饋補償。

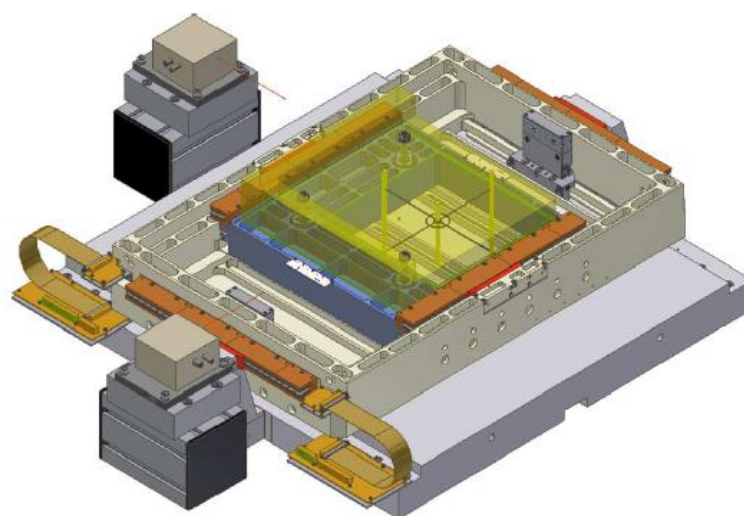


圖 1-4 高精度雙軸定位平台

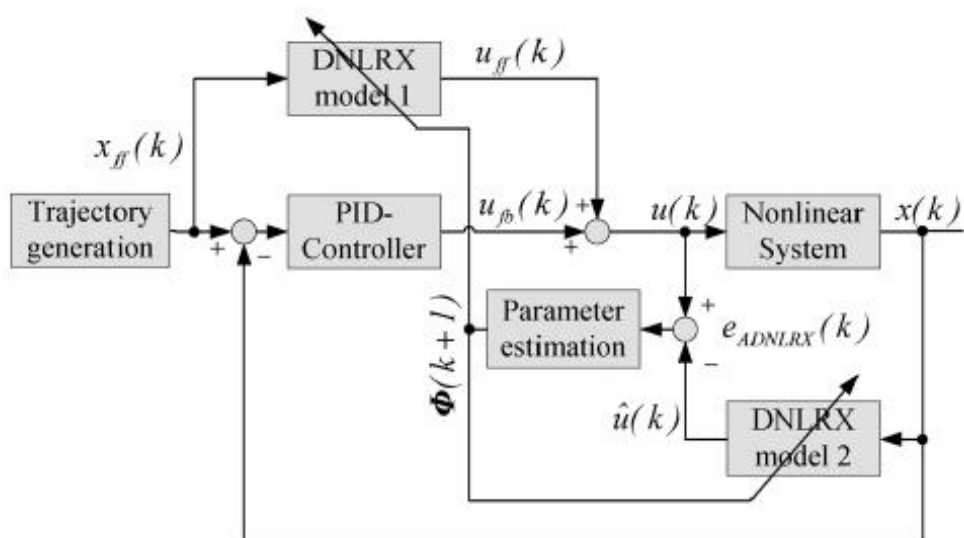


圖 1-5 定位平台控制架構圖

Tong Heng Lee and Kok Kiong Tan[7]等學者設計一種新型的路易摩擦力模型(LuGre friction model)，並利用適應估測法則設計的觀測器來估測摩擦力，來改善系統的追蹤性能。

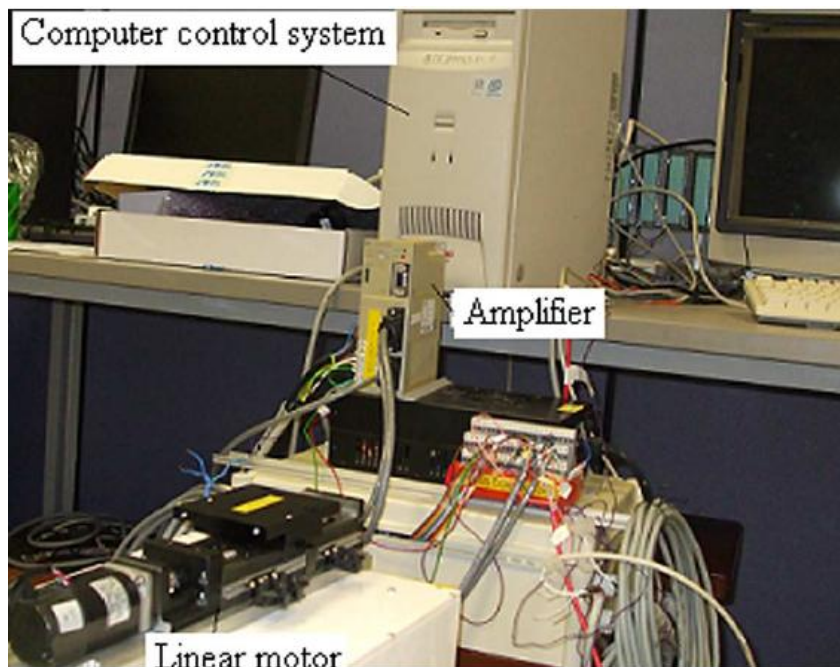


圖 1-6 線性馬達定位平台

1.3 研究動機與目的

高精度定位控制在追求高精度的工業技術中扮演重要的角色，如精密機械加工、半導體製程，加上產業界不斷要求精度提升，進而發展許多定位控制的技術，來達到高精度的目標。

以一般機械系統來說，摩擦力(Friction)，遲滯現象(Hysteresis)，傳動背隙(Backlash)，死區間(Dead-zone)，量化(Quantization)，剛性(Stiffness)等各項因素，都會影響其系統性能。以摩擦力而言在低速、啟動與換向運動時，摩擦力所造成的滯滑(Stick-slip)現象，將使運動系統造成嚴重的定位及追蹤誤差。因此研究摩擦力的特性進而消除或降低其對系統的影響，在高精度定位控制中是一個需要仔細探討的問題。

而傳統控制中，一般是將摩擦力視為外部干擾，搭配線性控制器配合閉迴路補償，但因為沒有針對摩擦力建立完善的模型，並且估測出摩擦力行為，將使得整個控制迴路性能不佳，所以如何估測出摩擦力參數與設計控制器克服摩擦力將是本文的重點。本篇研究之目的為設計一滑動模式觀測器(Sliding-mode observer)來估測系統參數，並且利用路易摩擦力模型(LuGre friction model)計算平台摩擦力，搭配適應控制器(Adaptive controller)來進行摩擦力補償，消除摩擦力對平台的影響，使定位性能表現有所提升。

1.4 本論文之貢獻

本論文最主要的貢獻，可分為兩方面來說明。首先透過摩擦力數學模型來分析系統之摩擦力，並且利用實驗方法來驗證滑動模式觀測器所估測之系統參數，得到一個準確的動態摩擦力模型。其次在控制理論方面，透過適應

控制在系統運行中，根據系統參數的變化來改變控制參數，使其達到對摩擦力補償之效果，使平台定位性能得到最佳之效果。

1.5 論文架構

本論文一共分為六章，各章內容依序如下：

【第一章】-緒論

【第二章】-摩擦力行為及摩擦力模型

【第三章】-系統組成與模型推導

【第四章】-控制系統設計

【第五章】-實驗結果與討論

【第六章】-結論與未來展望

第二章 摩擦力行為與摩擦力模型

本章節將先介紹摩擦力行為之物理現象，然後介紹靜態摩擦力模型，與摩擦力行為做比較，藉此說明靜態摩擦力模型無法掌握之摩擦力特性，最後介紹動態摩擦力模型(LuGre friction model)，可以描述出這些物理現象。

2.1 摩擦力行為

摩擦力為兩接觸物體之接觸面的切線阻力，普遍來說，當兩個接觸物體的接觸面發生相對運動或是擁有相對運動知趣趨勢時，此時摩擦力就產生了。而摩擦力為一種複雜、非線性、具有不確定性的自然現象，因為會隨著時間、溫度、灰塵而改變，所以可以看作是一個時變非線性系統，進而影響定位平台的追蹤性能之表現。因此要達到高精度的定位控制，必須對摩擦力進行準確的補償，進而消除摩擦力對平台之影響。然而要補償摩擦力之前，必須對其行為有所了解，在阿姆斯壯（Armstrong）等學者[1]的研究中，將摩擦力與兩接觸面之間的相對速度關係分為四個區域，如圖 2-1 所示。這四個區域分別為靜摩擦區（Static friction）、邊界潤滑區（Boundary lubrication）、部分流體潤滑區（Partial fluid lubrication）、完全流體潤滑區（Full fluid lubrication）。

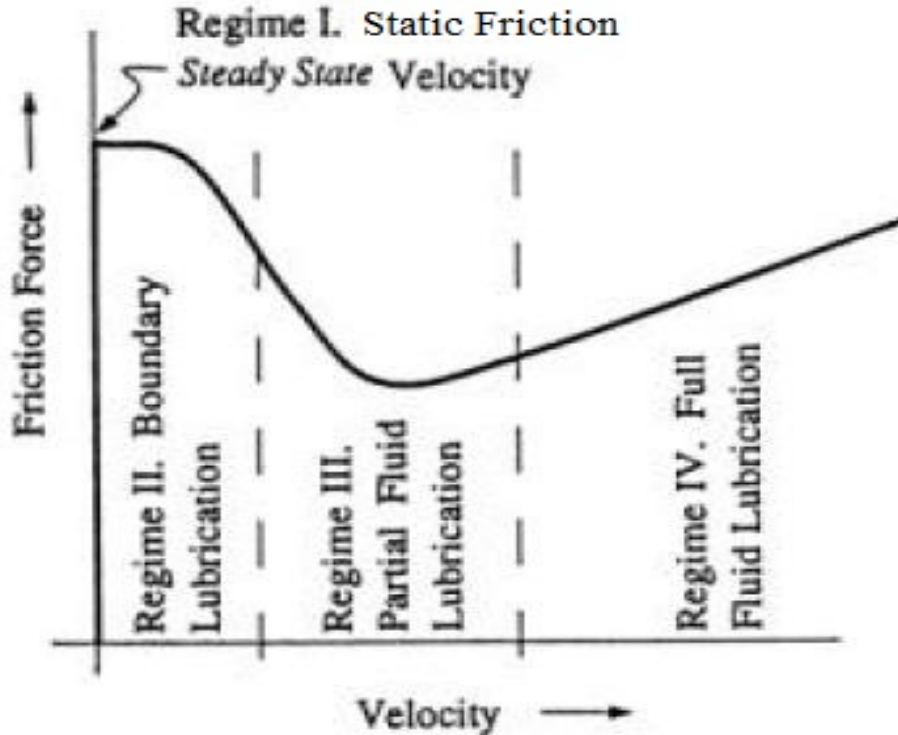


圖 2-1 摩擦力與兩物體接觸面相對速度關係圖[1]

假設一接觸面固定不動，由圖 2-1 中可以發現當另一接觸面受到外力推動但卻尚未產生滑動(速度為零)時，此時接觸面的表面突起物(Asperities)會因外力作用產生彈性與塑性變形，造成接觸面間極微小的相對位移，此現象稱為預滑位移(Pre-sliding displacement)，此時所產生的摩擦力稱為靜摩擦力(Static friction)。而隨著外力逐漸增加，當外力達到最大靜摩擦力(Break-away force, F_s)時即開始產生滑動。在古典摩擦力模型中將最大靜摩擦力設為一定值，但由於量測技術的進步，發現到最大靜摩擦力其實並非為一定值，而是隨著外力輸入的變化率而改變，當外力輸入較快時，最大靜摩擦力則會降低，此現象稱為可變之最大靜摩擦力(Varying break-away force)。在兩接觸面剛開始產生滑動時，便進入了邊界潤滑區(Boundary lubrication)。接觸面間尚未產生流體狀的薄膜加以潤滑，主要還是以固體間材料的剪力(Shearing)破壞所產生強度較低的邊界層作為接觸面相對滑動的潤滑層，因此摩擦力也隨之降低。之後隨著接觸面間的滑動速度增加，接觸

表面的破壞使得接觸面間逐漸產生流體的薄膜作為潤滑，薄膜的厚度亦會隨著相對滑動速度的上升而增加，此便為部分流體潤滑區（Partial fluid lubrication）。在此區域的摩擦力會延遲一小段時間後才隨相對速度的變化而改變，此現象稱為 Frictional lag。隨著滑動速度不斷加快，接觸面間也完全充滿了流體狀的潤滑薄膜，此時摩擦力完全取決於接觸面間的潤滑型態，進入了完全流體潤滑區（Full fluid lubrication）。摩擦力會隨著滑動速度的上升而增加，此時摩擦力稱為黏滯摩擦力（Viscous friction）。以上便是摩擦力的四個物理現象，而圖 2. 中剛開始產生滑動時，摩擦力的大小隨著速度的增加而減小再增大，這樣的現象便稱之為史崔貝克效應（Stribeck effect）。當這些非線性行為在運動系統中所造成的影響稱之為滯滑運動（Stick-slip motion），這些影響在運動系統低速時運行，或當經過速度為零之反曲點，會產生振動和造成軌跡誤差，嚴重影響定位精度。

2.2 靜態摩擦力模型(Static friction model)

2.2.1 古典摩擦模型(Classical friction model)

古典摩擦模型[1]最早由學者達文西所提出，他假設摩擦力只與物體負載的法向力有比例關係，與物體的運動方向相反，而與物體運動速度及接觸面無關。接著由庫倫完善其模型，隨後莫因將其加上靜摩擦，雷諾則加上黏滯摩擦力，如圖 2-2 所示。即為庫倫摩擦+黏滯摩擦+靜摩擦模型。

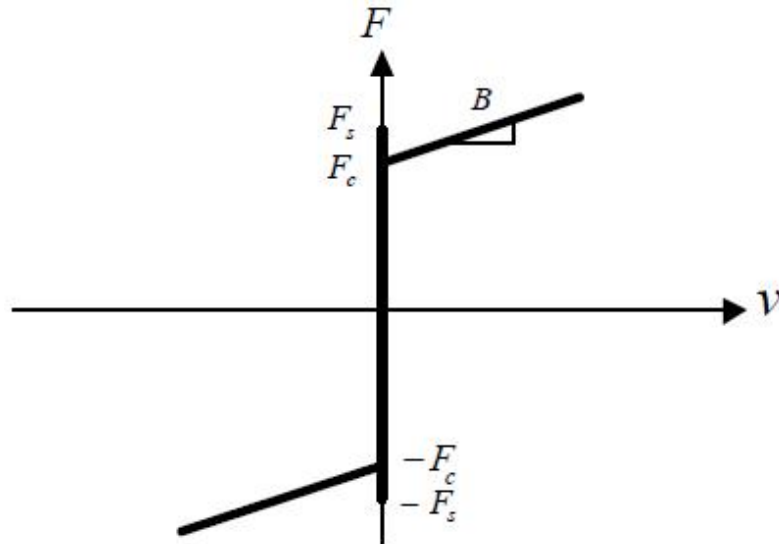


圖 2-2 古典靜摩擦力模型

摩擦力 $F_{friction}$ 可以表達為下式：

$$F_{friction} = \begin{cases} F_c \times \text{sgn}(v) + Bv & \text{if } v \neq 0 \\ F_{thrust} & \text{if } v = 0, |F_{thrust}| \leq F_s \\ F_s \times \text{sgn}(F_{thrust}) & \text{if otherwise} \end{cases} \quad (2-1)$$

其中 F_c 為庫倫摩擦力；

v 為物體運動速度；

sgn 為飽和函數；

B 為黏滯摩擦係數；

F_{thrust} 為物體所受之推力；

F_s 為最大靜摩擦力。

古典摩擦模型由常數和速度函數所組成，所描寫的摩擦力為不連續的。而在實際運動過程中，速度和摩擦力皆為連續變化的情形，因此古典摩擦模型雖有模型簡單，參數容易確定之優點。但它只能解釋摩擦力與物體運動速

度之間靜摩擦的關係，而無法描述摩擦力的遲滯效應，也不能描述隨著環境條件改變，摩擦力也隨之改變的現象。這也是古典摩擦模型在高精度定位控制低速區時，不能擁有極佳的追蹤性能表現之原因。

2.3 動態摩擦力模型(Dynamic friction model)

以上介紹的靜態古典摩擦模型，基本上敘述了摩擦力在靜力作用下的特性，但是因其不能完善的描敘定位平台摩擦力在低速時的特性，因此 Canudas De Wit 等學者[2]，提出了一個動態摩擦力模型-LuGre friction model。此動態摩擦力模型可以描述出預滑移(Pre-sliding displacement)現象、Stribeck effect、庫倫摩擦力(Coulomb friction, F_c)等動態摩擦力的物理現象。

2.3.1 路易摩擦力模型(LuGre friction model)

此模型乃是將兩接觸面之間摩擦現象藉由剛毛模型來模擬之，如圖 2-3 所示。

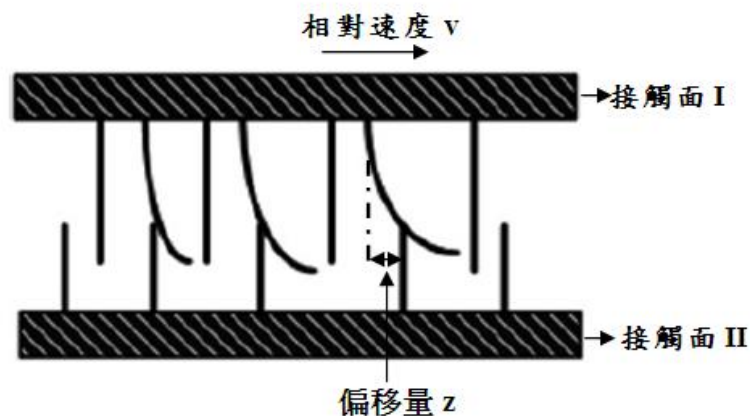


圖 2-3 路易摩擦力模型

接觸面 II 的剛毛為固定，接觸面 I 的剛毛則具有彈性，當接觸面之切線方向力作用於接觸面 I 的剛毛上時，剛毛會像彈簧變形而產生摩擦力，當剛毛變形足夠大時兩接觸面才會開始滑動。在穩態運動下剛毛的平均變形量與

速度相關，因此可以由偏微分方程表示為下式：

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{|v|}{g(v)} z \quad (2-2)$$

其中 z 為鋼毛之平均變形量；

v 為兩接觸面間移動之相對速度；

$g(v)$ 為正定函數，且與兩接觸面間的材料性質、潤滑劑、溫度相關，。

(2-2)右式中第一項描述了偏移量 z 與兩接觸面間之相對速度有一相依關係。

第二項則是當整個系統為穩態時，偏移量 z 可以得到一個穩態值如下式：

$$\begin{aligned} z_{steady} &= \frac{v}{|v|} g(v) \\ &= g(v) \operatorname{sgn}(v) \end{aligned} \quad (2-3)$$

由剛毛變形產生之摩擦力可以表示為下式：

$$F_{friction} = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} \quad (2-4)$$

其中 σ_0 為剛毛材料之剛性係數；

σ_1 為阻尼係數。

然後加入一個與相對速度成比例關係的黏滯摩擦力至(2-4)，所以整體摩擦力

可以表示為下式：

$$F_{friction} = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \quad (2-5)$$

其中 σ_2 為黏滯係數。

因此路易摩擦力模型(LuGre friction model)是由(2-2)、(2-5)及 $g(v)$ 將摩擦力行為特性特徵化。當速度為定速，且 $g(v)$ 則是用來描敘摩擦力之 Stribeck effect，而 $g(v)$ 則可以用下式表示：

$$g(v) = \frac{F_c + (F_s - F_c)e^{-\left(\frac{v}{v_s}\right)}}{\sigma_0} \quad (2-6)$$

其中 F_c 為庫倫摩擦力；

F_s 為最大靜摩擦力；

v_s 為 Stribeck 速度。

將上列各式整理之後，可以得到路易摩擦力模型(LuGre friction model)通式為下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dz}{dt} = v - \frac{|v|}{g(v)} z \\ g(v) = \frac{F_c + (F_s - F_c)e^{-\left(\frac{v}{v_s}\right)^2}}{\sigma_0} \\ F_{friction} = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \end{array} \right. \quad (2-7)$$

第三章 系統組成與模型推導

本章節將敘述定位平台整體架構，另外利用牛頓第二運動定律及第二章中所提及之動態摩擦力模型，進而推導出整個定位平台之動態模型。

3.1 系統組成

本篇論文所使用之平台，其架構包含有管型線性馬達、定子支持架、線性滑軌與光學尺…等。如圖 3-1 所示：

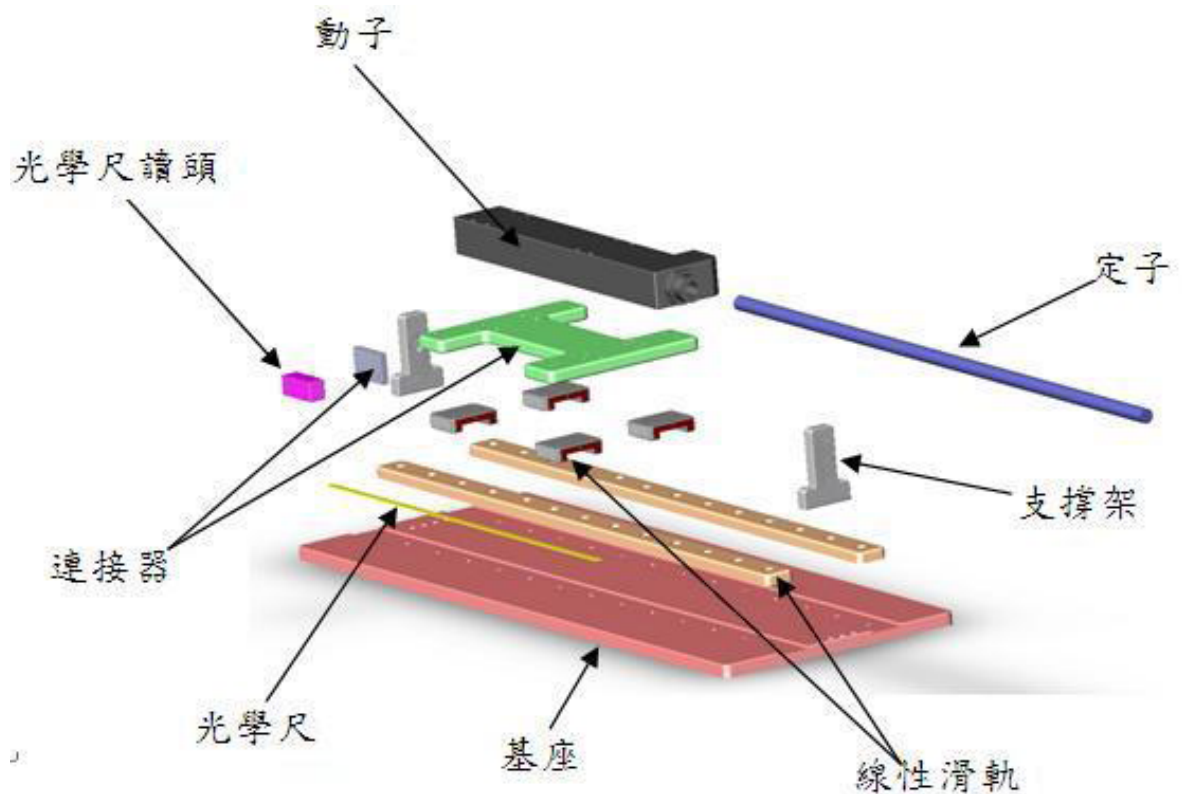


圖 3-1 管型線性馬達定位平台爆炸圖

3.2 管型線性馬達

本論文所選購之管型線性馬達型號為 Copley STB-1116，而管型線性馬達可分為動子與定子兩個部份，其驅動原理則是利用動子線圈與定子永久磁

鐵之間相互作用力來驅動馬達。如圖 3-2 所示為管型線性馬達的透視圖，其中黑色部分為動子線圈，灰色桿件為定子，如圖 3-3 所示，定子內部構造，永久磁鐵以固定間距擺置。

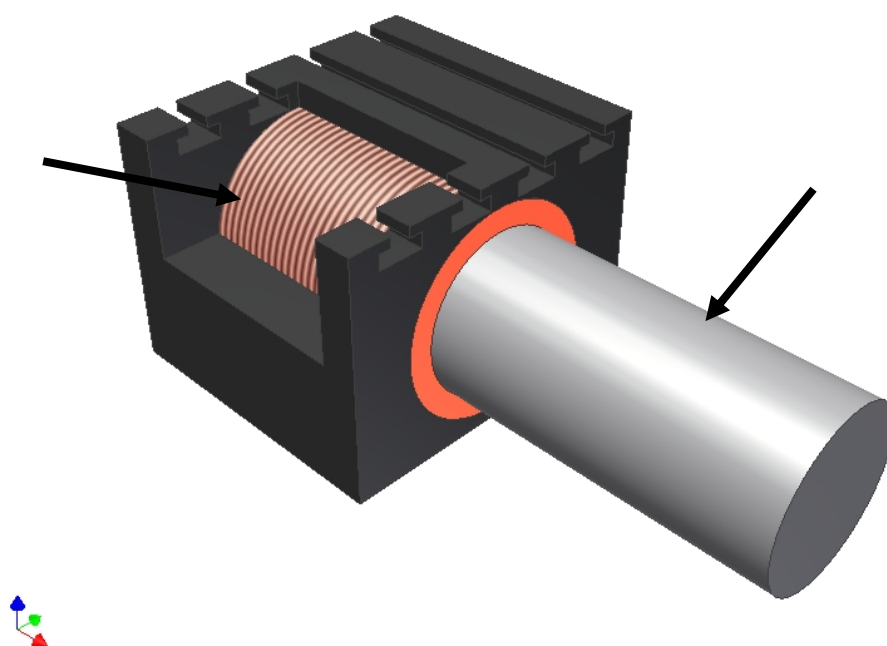


圖 3-2 管型線性馬達透視圖



圖 3-3 管型線性馬達定子透視圖

由[4]可以得知管型線性馬達推力以下式表示：

$$F_{thrust} = K_f I \quad (3-1)$$

其中 K_f 為馬達之推力常數；

I 為馬達輸出之電流。

由(3-1)可以知道管型線性馬達輸出之推力與輸出電流有一線性關係。

3.3 量測系統

本定位平台量測系統由光學尺及光學尺讀頭所組成，且其光學尺讀頭型號為 Renishaw-RGH24-Y，解析度為 $0.1 \mu m$ ，光學尺型號為 Renishaw-RGS20-S 長度為 350mm。

3.4 線性滑軌

本研究之定位平台，採用上銀科技之小型線性滑軌兩個，而滑軌型號採用 MGW 系列之滑軌，此系列滑軌具有以下幾點之優點：

1. 加寬滑軌之設計大幅提升力矩負荷能力，可單軸使用。
2. 哥德型四點接觸設計，可承受各種方向之負荷並具有高剛性之特點。
3. 滑塊裝有微小型保持鋼絲，取下滑塊鋼珠也不會脫落。
4. 滑軌、滑塊及所有金屬配件均採用不鏽鋼材質，具抗腐蝕之特性。

而 MGW 型線性滑軌結構示意圖如圖 3-4 所示。線性滑軌之配置採用平行式配置。平台組裝採用千分表進行校正組裝。

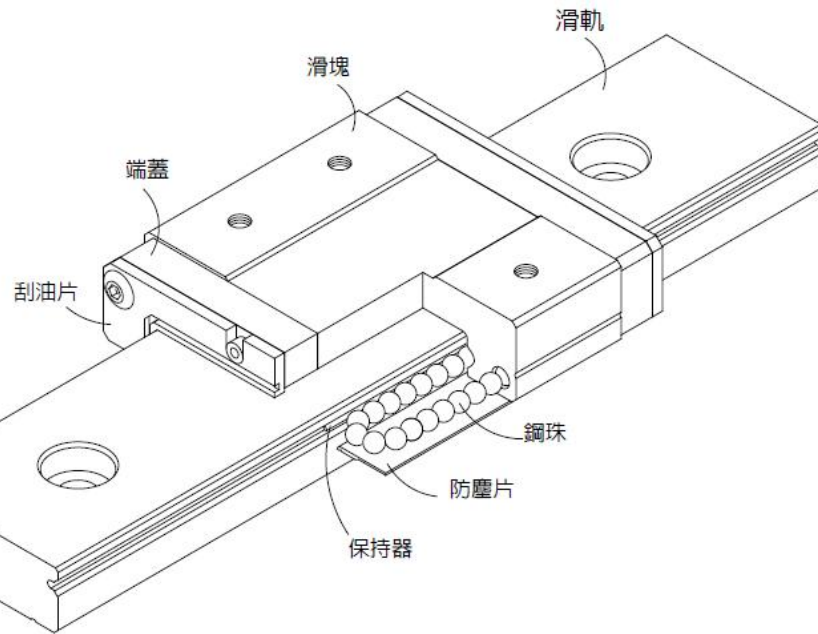


圖 3-4 MGW 型線性滑軌結構示意圖[8]

3.5 定位平台整體架構

平台由上述章節所介紹的部分所組成，從圖 3-5 可以知道平台架構為一 529mm×200mm×67mm 大小的平台。

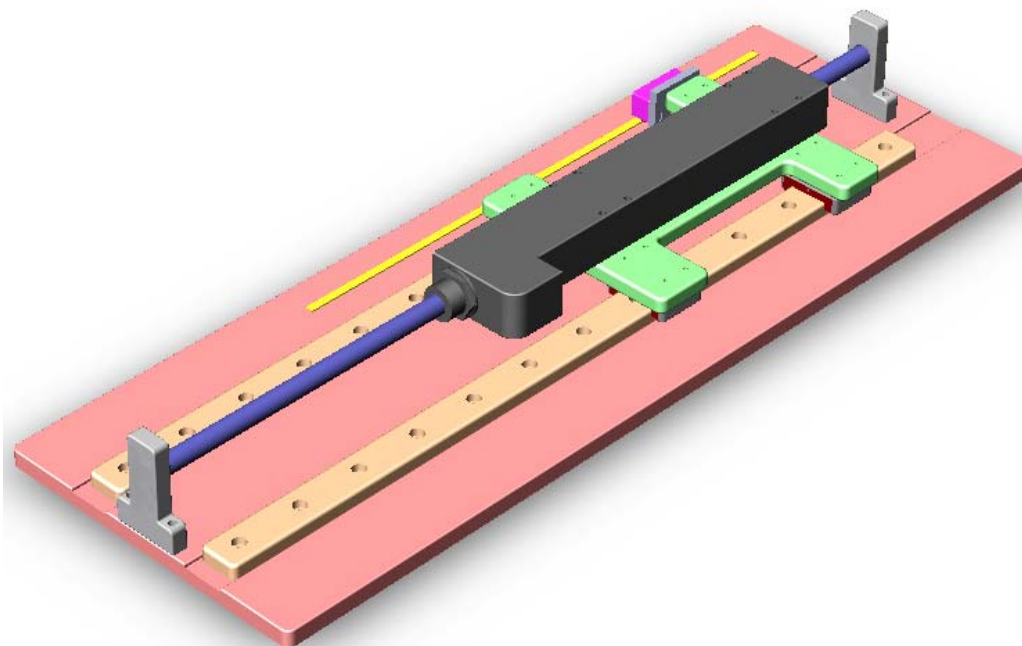


圖 3-5 定位平台整體架構圖

3.6 系統動態模型之推導

根據圖 3-6，考慮平台運動為一剛體運動，因此利用牛頓第二運動定律，我們可以推導出定位平台的動態方程式如下式：

$$m\ddot{x} = F_{thrust} - F_{friction} \quad (3-2)$$

m 為整個平台之質量；

x 為平台沿 x 軸方向移動之距離；

F_{thrust} 為管型線性馬達輸出至平台之外力；

$F_{friction}$ 為平台沿 x 軸方向移動時線性滑軌所受之摩擦力。

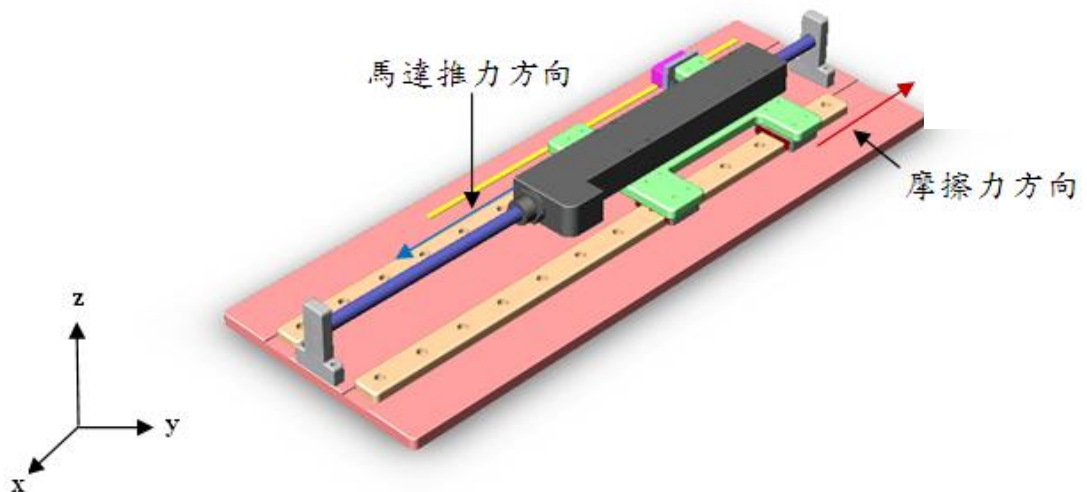


圖 3-6 定位平台受力之自由體圖

而線性滑軌所受之摩擦力 $F_{friction}$ ，可利用路易摩擦力模型(LuGre friction model)來計算，所以整個平台系統運動方程式可以由(3-1)及(2-5)

代入(3-2)重新改寫為下式

$$m\ddot{x} = K_f I - \sigma_0 z - \sigma_1 \dot{z} - \sigma_2 v \quad (3-3)$$

接著我們定義(3-4)

$$K_f I = u \quad (3-4)$$

u 為控制器之輸入。

第四章 控制系統設計

本研究之高精度管型線性馬達定位平台為一個單軸的定位平台，因此我們所需要做的控制分別為單軸的定位控制而選擇好的控制器加入系統中則可以增加系統之追蹤效能與動態穩定性。

現今對定位平台控制而言，有許多種不同的控制理論應用在定位控制上，包括：PID 控制、適應控制 (Adaptive control)[9]、最佳化控制 (Optimal control)[10]、可變結構控制 (Variable structure control)[11]、強健控制 (Robust control)[12]與模糊控制(Fuzzy control)[13]等等之控制理論，茲將各種控制器之控制模式分述如下：適應控制簡單地定義如下：在系統工作過程中，系統本身能夠不斷檢測參數變化，並且根據參數變化進而改變控制的輸出使系統運行於最佳狀態。故適應控制能夠控制受控裝置與環境的數學模型不是完全確定的系統，其中包含一些未知因素與隨機因素。當實際系統具有內部與外部之不確定性，使用適應控制理論可以估測這些不確定性之參數，而內部不確定性為被控系統的數學模型與參數設計不完全知道，而外部不確定性為無法直接量測之外部干擾，如：負載、溫度、溼度等等環境因素。當控制系統的數學模型參數在小範圍變化時，可用一般的反饋控制、最佳化控制或補償控制等方法來消除或減少參數變化對控制品質的影響。如果控制系統的參數在大範圍變化時，上面這些方法就不能圓滿的解決問題。

可變結構控制是一種結構可以改變的系統，這類系統包含兩個以上的子結構，並且具備一些切換條件(Switching condition)，用來決定在什麼樣的情況下系統必須呈現出何種子結構，才能夠達到設計的目的。順滑模態是可變結構系統中的一個特殊行為。順滑模態控制必須先設計一順滑面 (Sliding surface)，再經由控制手段迫使系統軌跡進入此順滑面，一旦系統軌跡進入後便再也無法脫離，只能在此順滑面上運動，並且朝著控制目標點前進。

為了使本研究之定位平台能夠在受到干擾與外在因素影響時，控制系統也能夠線上(On-line)調整系統之參數，已達到最好的控制效能。我們結合適應控制理論(Adaptive control theorem)、與可變結構控制理論(variable structure control theorem)，提出結合型之控制器為滑動觀測適應控制器(Sliding-mode observer based-adaptive controller)應用於本系統中。

此章節我們提出兩種控制器，分別為 PID 控制器、滑動觀測適應控制器(Sliding-mode based-adaptive controller)，並且對它們作設計與分析。後面之章節將會詳述兩種控制器之設計過程、分析結果與其模擬結果。

4.1 PID 控制器

在產業生產製程系統控制的發展歷程中，PID 控制是歷史最悠久、受大家普遍接受的基本控制方式。在 20 世紀 40 年代以前，除了最簡單的情況下可採用開關控制外，PID 是唯一的控制方式。此後，隨著科學技術的發展，特別是數位式電腦的誕生和發展，發展出許多新型的控制法則。然而到現在，PID 控制由於自身的優點仍然是得到最廣泛應用的基本控制法則[14]。

PID 控制具有下列優點：

- 1.原理簡單，方便使用。
- 2.適應性強，可以廣泛應用於各種工業程序控制領域。
- 3.強韌性好，即其控制品質對被控制系統特性的變化不大敏感。

基於上述優點，PID 仍被廣泛使用的原因。一方面，它的成本低廉，易於操作；另一方面，對於絕大部分控制系統，可以不必深究其模型結構下，就可直接應用 PID 控制，其在可接受的強韌性程度下的，控制裝置系統的性能指標能滿足要求。當然 PID 控制也有其缺點，對於大延遲系統和性能指標要求特別高的系統，PID 控制就無能為力，這就必須考慮採用複雜高階的控制系統。

傳統的 PID 控制器其實是目前最能夠理解與實現的控制器，主要是由比例(Proportional)、積分(Integral)、微分(Derivate)三項控制器組合而成，圖 4-1 所示為 PID 控制器的基本型態。

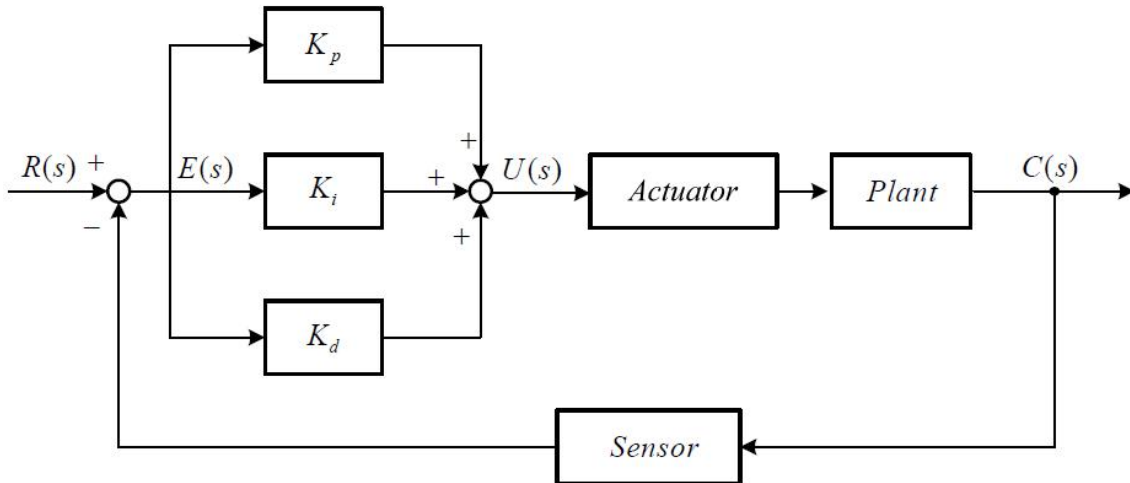


圖 4-1 典型 PID 控制結構圖

這是典型的按誤差控制的負回授結構。其中 $E(s)$ 是誤差，即輸出量 $C(s)$ 目標值 $R(s)$ 之間的差，分別對誤差信號 $E(s)$ 進行比例、積分與微分運算，其結果的加權和構成系統的控制信號 $U(s)$ ，作用於被控系統 $G(s)$ ，並引起輸出量的響應變化，達到控制的目的。PID 控制器其控制的數學關係方程式為：

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (4-1)$$

經過拉式轉換處理，可得 PID 控制器轉移函數關係式：

$$C_b(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s} \quad (4-2)$$

K_p 為比例增益； K_I 為積分增益； K_D 為微分增益。

當比例增益 K_p 增加時，系統動作將變快，並能降低穩態誤差(Steady-state error)，但是有可能會造成系統穩定性損失；而積分增益 K_I 的大小則會影響系統整體的表現，雖然加入積分器可以改善穩態誤差，但是原始系統也會因為增加一階，使系統變得更為複雜而難以控制，積分增益 K_I 愈大，系統振動的狀況也跟著嚴重，甚至會造成系統從穩定變成不穩定的狀況；而微分器則具有預先修正誤差的能力，微分增益 K_D 會影響系統的響應速度， K_D 愈大系統的響應速度愈快，但是卻特別容易放大高頻雜訊； K_p 、 K_I 、 K_D 這三個 PID 控制器參數與系統時域性能指標間的關係如表 4-1

表 4-1 PID 參數與系統時域性能指標間的關係

參數	上升時間	上升超越量	安定時間	穩態誤差
K_p	減少	增加	微小改變	減少
K_I	減少	增加	增加	消除
K_D	微小改變	減少	減少	微小改變

表 4-1 所代表意義為是 PID 控制器參數增大時各系統性能指標的變化情況。若這三項增益選取的適當，則 PID 控制器通常能提供不錯的輸出響應能力與穩定性，在本論文研究的應用中，則首重系統的穩定性。

4.1.1. Ziegler-Nichols 調整演算法

1912 年 Ziegler-Nichols[15]，提出一種實用的 PID 控制器經驗公式，這經驗公式是基於帶有延遲的一階轉移函數模型提出的。系統模型可以表示為

$$G(s) = \frac{k}{1+sT} e^{-sL} \quad (4-3)$$

k 為程序增益； T 為程序時間常數； L 為程序死區時間。

在實際的程序控制系統中，有許多的系統模型可以近似的，由這樣的一階模型來表示，如果不能物理的建立起系統模型，我們還可以由實驗提取相應的模型參數表 4-2 經驗公式設計 PID 控制器，PID 控制器參數將可以由表中給予的經驗公式設計出來。

表 4-2 Ziegler-Nichols 調整公式

控制器類型	由步階響應調整			由頻域響應調整		
	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$1/a$			$0.5K_c$		
PI	$0.9/a$	$3L$		$0.4K_c$	$0.8T_c$	
PID	$1.2/a$	$2L$	$L/2$	$0.6K_c$	$0.5T_c$	$0.12T_c$

4.1.2 Chien-Hrones-Reswick 調整演算法

在實際應用中，傳統的 Ziegler-Nichols 演算法有著各種各樣的變形，所謂的 Chien-Hrones-Reswick(CHR)演算法，就是其中的一種改進。表 4-3 中給予了類 PID 控制器設計的經驗公式，其中還允許帶有較大的阻尼，以確保沒有超越量的最快速響應，該指標在表中標誌為有 0%超越量，該表中還允許設計出所謂帶有 20%超越量的最快速響應，在表 4-3 中標識為有 20%超越量。

表 4-3 設定點問題 Chien-Hrones-Reswick 經驗調整公式

控制器類型	有 0% 超越量			有 20% 超越量		
	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$0.3/a$			$0.7/a$		
PI	$0.35/a$	$1.2T$		$0.6/a$	T	
PID	$0.6/a$	T	$0.42L$	$0.95/a$	$1.4T$	$0.47T$

表 4-4 擾動抑制問題 Chien-Hrones-Reswick 經驗調整公式

控制器類型	有 0% 超越量			有 20% 超越量		
	K_p	T_i	T_d	K_p	T_i	T_d
P	$0.3/a$			$0.7/a$		
PI	$0.6/a$	$4T$		$0.7/a$	$2.3T$	
PID	$0.95/a$	$2.4T$	$0.42L$	$1.2/a$	$2T$	$0.42T$

和傳統的 Ziegler-Nichols 演算法相比，在 CHR 演算法中直接使用時間常數 T 。在這個演算法之下區分了設定點控制的和擾動抑制上的差別。CHR 的擾動抑制的 PID 控制器設計演算法在表 4-4 中給定。

4.1.3 Cohen-Coon 調整演算法

另一種類似 Ziegler-Nichols 調整演算法的方法是所謂的 Cohen-Coon 調整演算法。若從步階響應資料提取特徵參數 $a = \frac{kL}{T}$ 而且 $\tau = \frac{L}{L+T}$ ，因此不同的

PID 控制器可以由表 4-5 來加以設計。

表 4-5 Cohen-Coon 調整演算法的控制器參數

控制器種類	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{1}{a} \left(1 + \frac{0.35\tau}{1-\tau} \right)$		
PI	$\frac{0.9}{a} \left(1 + \frac{0.92\tau}{1-\tau} \right)$	$\frac{3.3-3\tau}{1+1.2\tau} L$	
PD	$\frac{1.24}{a} \left(1 + \frac{0.13\tau}{1-\tau} \right)$		$\frac{0.27-0.36\tau}{1-0.87\tau} L$
PID	$\frac{1.35}{a} \left(1 + \frac{0.18\tau}{1-\tau} \right)$	$\frac{2.5-2\tau}{1-0.39\tau} L$	$\frac{0.37-0.37\tau}{1-0.81\tau} L$

4.1.4 模擬結果

此章節我們將設計好的 PID 控制器應用於本研究之定位平台數學模型進行模擬。其模擬出來的結果可以分兩個部分，一為步階響應結果示於圖 4-2，一為弦波追蹤響應結果示於圖 4-3。

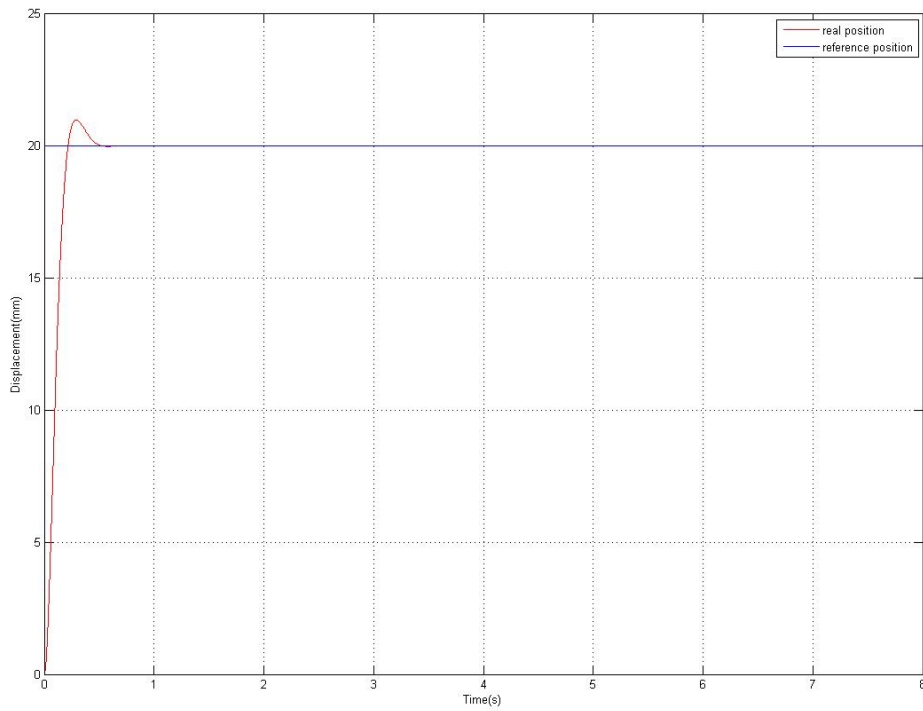


圖 4-2 PID 控制器步階響應模擬圖

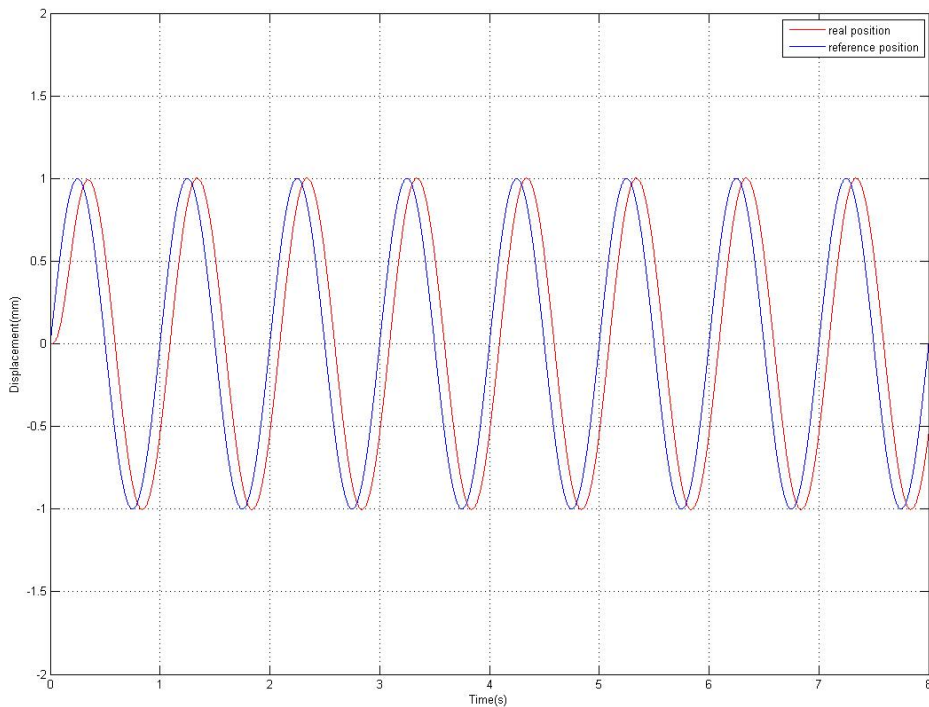


圖 4-3 PID 控制器弦波追蹤響應模擬圖

4.2 滑動觀測適應控制器設計

4.2.1 滑動模式觀測器(Sliding-mode observer)

為了提供適應控制器所需的系統參數，所以設計一個滑動模式觀測器 (Sliding observer) 來估測摩擦力內部狀態。首先我們假設位置誤差為 e_0 ，則 $e_0 = x - x_d$ ， x 為平台位移， x_d 為參考輸入位移；設速度誤差為 e_1 ，則 $e_1 = \dot{x} - \dot{x}_d$ ， \dot{x} 為平台移動速度， \dot{x}_d 為參考輸入速度；。然後定義經過濾波後的誤差方程式為下式：

$$\varepsilon = e_1 + \lambda e_0 \quad (4-4)$$

其中 λ 為正定常數， $\lambda > 0$ 。

接著定義順滑平面(Sliding surface)為下式

$$S_z = \varepsilon \quad (4-5)$$

由已知函數 $g(v)$ 、已知速度及濾波後的誤差方程式，可以得到路易摩擦力 (LuGre friction model parameters) 模型參數為下式

$$\dot{\hat{z}} = v - \frac{|v|}{g(v)} \hat{z} - \mu_z \quad (4-6)$$

$$\mu_z = \mu_a \operatorname{sgn}(S_z) \quad (4-7)$$

其中 μ_a 為設計之正定常數；

\hat{z} 為估測後摩擦力模型參數。

將(4-6)-(2-2)可以得到觀測誤差為下式

$$\dot{\hat{z}} = -\frac{|v|}{g(v)}\hat{z} - \mu_a \operatorname{sgn}(S_z) \quad (4-7)$$

$$\tilde{z} = \hat{z} - z \quad (4-8)$$

4.2.2 適應控制器(Adaptive controller)

因為摩擦力為時變非線性項，隨著時間的改變，摩擦力的狀態也跟著改變，而適應控制器在處理非線性問題方面具有極佳的能力，假設摩擦力的內部狀態為已知，我們設計適應控制器方程式如下：

$$u = -k_a \varepsilon + \hat{m}[\ddot{x}_d - \lambda(\dot{x} - \dot{x}_d)] + \hat{\sigma}_0 \hat{z} - \hat{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \hat{\sigma}_2 v \quad (4-9)$$

其中 k_a 為正定常數， $k_a > 0$ 。

\hat{m} 、 $\dot{\hat{\sigma}}_0$ 、 $\dot{\hat{\sigma}}_1$ 、 $\dot{\hat{\sigma}}_2$ 為滑動觀測器所估測到的系統參數，而根據這些參數以及誤差方程式設計出下列數條適應律(Adaptive laws)：

$$\begin{aligned} \dot{\hat{m}} &= -\alpha[\ddot{x}_d - \lambda e_1(t)]\varepsilon(t) \\ \dot{\hat{\sigma}}_0 &= -\beta \hat{z} \varepsilon(t) \\ \dot{\hat{\sigma}}_1 &= -\gamma \dot{\hat{z}} \varepsilon(t) \\ \dot{\hat{\sigma}}_2 &= -\delta \dot{x} \varepsilon(t) \end{aligned} \quad (4-10)$$

接著定義李亞普諾夫函數(Lyapunov function)，如下式：

$$V = \frac{1}{2} \left[m \varepsilon^2 + \frac{1}{\alpha} \tilde{m}^2 + \frac{1}{\beta} \tilde{\sigma}_0^2 + \frac{1}{\gamma} \tilde{\sigma}_1^2 + \frac{1}{\delta} \tilde{\sigma}_2^2 + \tilde{z}^2 \right] \quad (4-11)$$

其中各項誤差為：

$$\tilde{m} = \hat{m} - m, \quad \tilde{z} = \hat{z} - z, \quad \tilde{\sigma}_0 = \hat{\sigma}_0 - \sigma_0, \quad \tilde{\sigma}_1 = \hat{\sigma}_1 - \sigma_1, \quad \tilde{\sigma}_2 = \hat{\sigma}_2 - \sigma_2。$$

接著將(4-11)改寫成下式：

$$V = \frac{1}{2} \left[m\varepsilon^2 + \frac{1}{\alpha}(\hat{m} - m)^2 + \frac{1}{\beta}(\hat{\sigma}_0 - \sigma_0)^2 + \frac{1}{\gamma}(\hat{\sigma}_1 - \sigma_1)^2 + \frac{1}{\delta}(\hat{\sigma}_2 - \sigma_2)^2 + \tilde{z}^2 \right] \quad (4-12)$$

然後將李雅普諾夫函數(Lyapunov function)對時間微分，可得到下式：

$$\dot{V} = m\varepsilon\dot{\varepsilon} + \frac{1}{\alpha}(\hat{m} - m)\dot{\hat{m}} + \frac{1}{\beta}(\hat{\sigma}_0 - \sigma_0)\dot{\hat{\sigma}}_0 + \frac{1}{\gamma}(\hat{\sigma}_1 - \sigma_1)\dot{\hat{\sigma}}_1 + \frac{1}{\delta}(\hat{\sigma}_2 - \sigma_2)\dot{\hat{\sigma}}_2 + \tilde{z}\dot{\tilde{z}} \quad (4-13)$$

將(4-4)對時間微分，得到下式：

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \dot{e}_1 + \lambda\dot{e}_0 \\ &= \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda(\dot{x} - \dot{x}_d) \end{aligned} \quad (4-14)$$

將 $e_1 = \dot{x} - \dot{x}_d$ 代入(4-14)，進而改寫成下式

$$\dot{\varepsilon} = \ddot{x} - [\ddot{x}_d - \lambda e_1] \quad (4-15)$$

所以平台的運動方程式可以用下式表示：

$$m\dot{\varepsilon} = u - \sigma_0 z - \sigma_1 \dot{z} - \sigma_2 v - m[\ddot{x}_d - \lambda e_1] \quad (4-16)$$

因此將(4-16)、(4-10)及(4-9)代入(4-13)，最後可以得到下式：

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -k_a m \varepsilon \dot{\varepsilon} + \frac{1}{\alpha}(\hat{m} - m)\dot{\hat{m}} + \frac{1}{\beta}(\hat{\sigma}_0 - \sigma_0)\dot{\hat{\sigma}}_0 + \frac{1}{\gamma}(\hat{\sigma}_1 - \sigma_1)\dot{\hat{\sigma}}_1 + \frac{1}{\delta}(\hat{\sigma}_2 - \sigma_2)\dot{\hat{\sigma}}_2 + \tilde{z}\dot{\tilde{z}} \\ &= -k_a \varepsilon^2 + \hat{m}(\ddot{x}_d - \lambda e_1)\varepsilon + \hat{\sigma}_0 \dot{\tilde{z}}\varepsilon + \hat{\sigma}_1 \dot{\tilde{z}}\varepsilon - \sigma_0 z \varepsilon - \sigma_1 \dot{z} \varepsilon - \sigma_2 \dot{x} \varepsilon - m(\ddot{x}_d - \lambda e_1)\varepsilon \\ &\quad - \hat{m}(\ddot{x}_d - \lambda e_1)\varepsilon + m(\ddot{x}_d - \lambda e_1)\varepsilon + m(\ddot{x}_d - \lambda e_1) - \hat{\sigma}_0 z \varepsilon + \sigma_0 \dot{\tilde{z}}\varepsilon - \hat{\sigma}_1 \dot{\tilde{z}}\varepsilon + \sigma_1 \dot{\tilde{z}}\varepsilon \\ &\quad - \dot{x} \sigma_2 \varepsilon + \dot{x} \sigma_2 \varepsilon + \tilde{z}\dot{\tilde{z}} \end{aligned} \quad (4-17)$$

將相同項相消後，整理成下式：

$$\dot{V} = -k_a \varepsilon^2 + \sigma_0 \tilde{z} \varepsilon + \sigma_1 \dot{\tilde{z}} + \tilde{z}\dot{\tilde{z}} \quad (4-18)$$

根據不等式 $ab \leq \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$ 並且將(4-4)代入(4-18)改寫成下式：

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &\leq -k_a \varepsilon^2 + \frac{1}{2} \sigma_0 \tilde{z}^2 + \frac{1}{2} \sigma_0 \varepsilon^2 + \frac{1}{2} \sigma_1 \dot{\tilde{z}}^2 + \frac{1}{2} \sigma_1 \varepsilon^2 - \frac{|v|}{g(v)} \tilde{z}^2 - \mu_0 \tilde{z} \operatorname{sgn}(S_z) \\
&= -(k_a - \frac{1}{2}(\sigma_0 + \sigma_1)) \varepsilon^2 - [\frac{|v|}{g(v)} \tilde{z}^2 + \mu_a \tilde{z} \operatorname{sgn}(S_z) - \frac{1}{2} \sigma_0 \tilde{z}^2 - \frac{1}{2} \sigma_1 \dot{\tilde{z}}^2]
\end{aligned} \tag{4-19}$$

當參數達到下列條件時：

$$k_a > \frac{1}{2}(\sigma_0 + \sigma_1) \tag{4-20}$$

$$0 \leq \mu_a \leq \left| \frac{|v|}{g(v)} \tilde{z} - \frac{1}{2} \sigma_0 \tilde{z} - \frac{1}{2\tilde{z}} \sigma_1 \dot{\tilde{z}}^2 \right| \tag{4-21}$$

則可以得到下列不等式：

$$\dot{V} < 0 \tag{4-22}$$

經由 Lyapunov 穩定性分析，可以得知系統之能量逐漸遞減，當時間趨近為無窮大時，能量將遞減為零，我們最終可以證明整個閉迴路系統的漸進穩定性 (Asymptotically stable) [16]

4.2.3 模擬結果

本章節將使用電腦模擬滑動觀測器適應控制器，其模擬結果為步階響應模擬圖及弦波響應模擬圖，如圖 4-4 及圖 4-5 所示，由以上之模擬結果所展現之補償效果可以證明本系統設計之可行性。

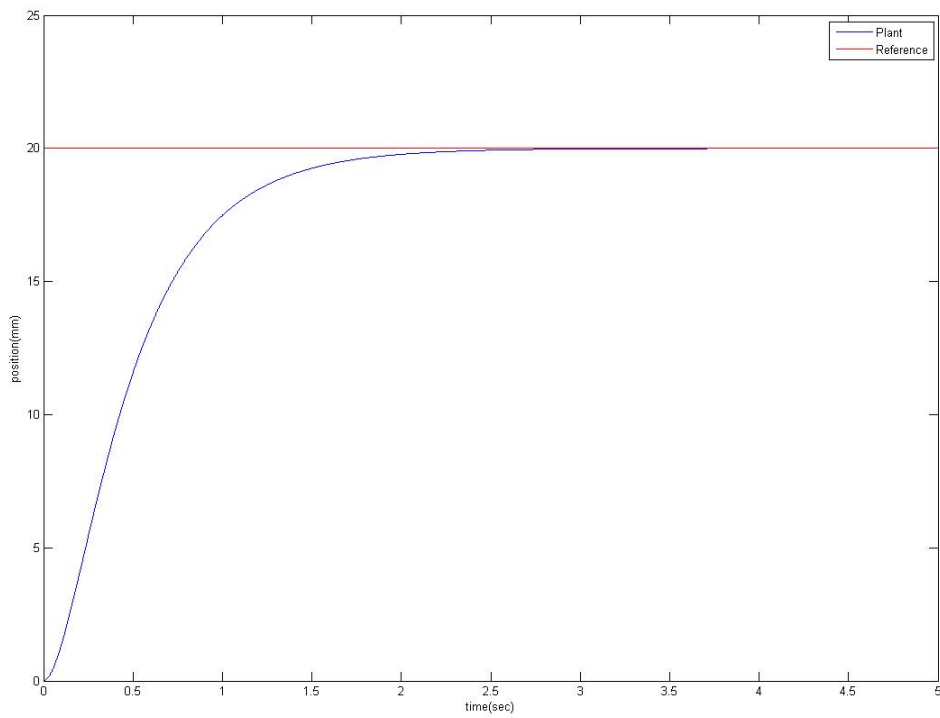


圖 4-4 滑動觀測適應控制器步階響應模擬圖

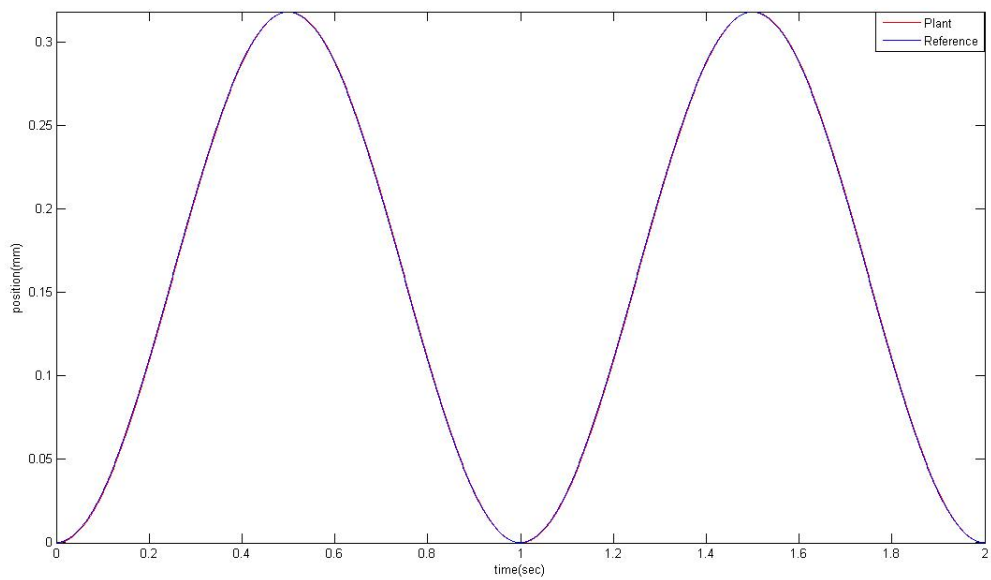


圖 4-5 滑動觀測適應控制器弦波響應模擬圖

4.3 適應模糊控制器設計[17]

因為平台上的摩擦力會隨著時間與溫度等因素的變化而有所改變，本研究設計一個整合型態之控制器，具有強健性及自調式近似系統不確定參數之特性，進而對摩擦力進行補償。此章節介紹此控制器的設計與分析，並且進行定位平台之適應模糊器之模擬響應。

根據適應模糊控制理(Adaptive fuzzy controller)[18]，將平台的動態方程式以下式表示：

$$\ddot{x} = f(x) + g_x U_x + d \quad (4-23)$$

其中 $f(x)$ 為已知的方程式，

g_x 為未知常數但 $g_x > 0$ ，

d 為平台所受之摩擦力，

x 為定位平台之實際位移量。

假設系統 $f(x)$ 與 g_x 皆為已知，則控制器之最佳控制率設計如下式：

$$U_x^* = \frac{1}{g_x} \left[-f(x) + \ddot{x}_d + \underline{k}^T \underline{e} \right] \quad (4-24)$$

其中矩陣 $\underline{e} = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix}$ 、 $\underline{k} = \begin{bmatrix} k_2 \\ k_1 \end{bmatrix}$ 及 $e = x_d - x$ ， x_d 為定位平台之參考位移。則此時

假設(4-23)中的 d 項為零，將(4-24)代入(4-23)可得到下式：

$$\ddot{e} + k_1 \dot{e} + k_2 e = 0 \quad (4-25)$$

由(4-25)可以得知隨著時間趨近無窮大時，誤差將趨近為零。

4.3.1 模糊控制器設計

雖然由(4-25)可知時間趨近無窮大時，誤差將縮小至零，但因(4-24)為理想狀態，而在實際平台系統上 $f(x)$ 與 g_x 則為未知項，且會隨時間與溫度等因素變化而有所改變，因此我們提出一模糊控制器如下式所示：

$$U_x = u_x(x|\underline{\theta}) \quad (4-26)$$

其中 \underline{x} 為<if-then>規則中之若部分模糊集合，

$\underline{\theta}$ 為<if-then>規則中之則部分模糊集合。

而此模糊控制器架構如圖 4-6 所示，模糊控制器是由模糊化(Fuzzifier)、模糊規則庫(Fuzzy rule base)模糊推論引擎(Fuzzy inference engine)、去模糊化(Defuzzifier)等四個步驟組合而成。

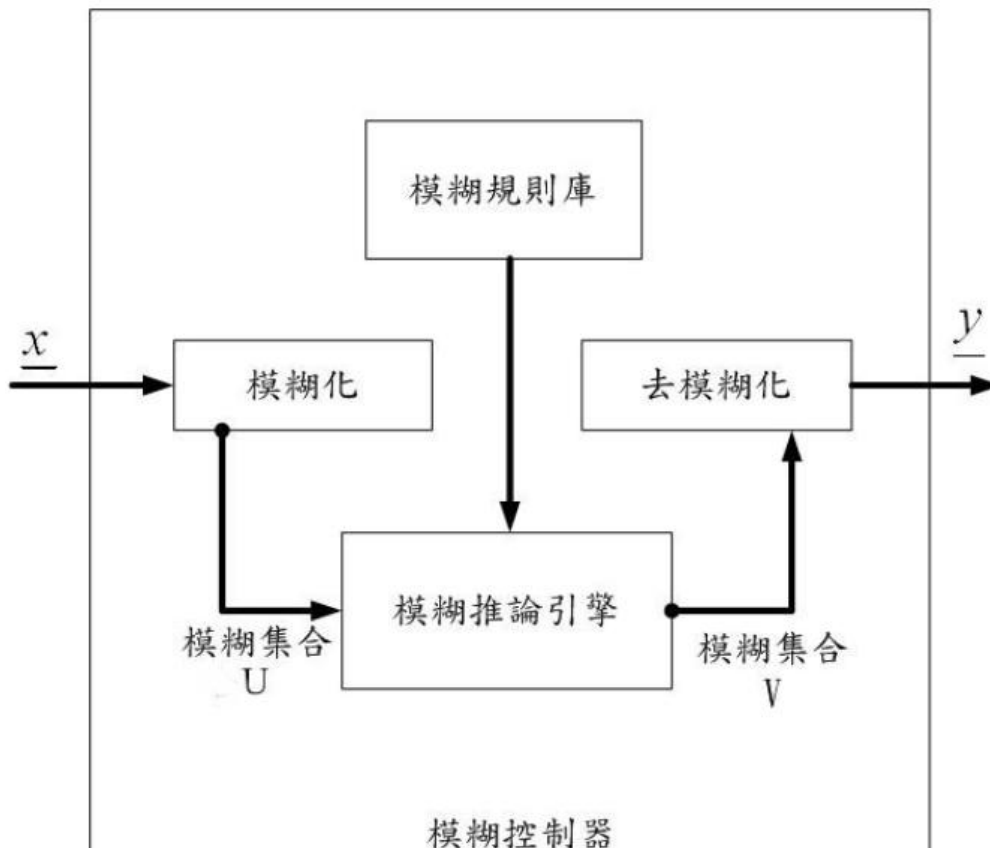


圖 4-6 模糊控制器架構

模糊規則庫(Fuzzy rule base)為若干模糊規則<if-then>的集合所組成。且它也為模糊控制器的核心部分，模糊規則庫包括以下模糊規則<if-then>：

$$Ru^{(l)}: \text{若 } x_1 \text{ 是 } A_1^l \text{ 與... 與 } x_n \text{ 是 } A_n^l, \text{ 則 } y \text{ 是 } B^l \quad (4-27)$$

其中 A_i^l 為在 $U_i \subset R^n$ 的模糊集合；

B^l 為 $V \subset R$ 的模糊集合；

$\underline{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 為模糊系統的輸入變數；

$y \in R$ 為模糊系統的輸出變數。

令 M 為模糊規則庫中的規則數，也就是(4-27)中 $l = 1, 2, \dots, M$ 。

在本研究中我們設定 $\underline{x} = \{x_1, x_2\} = \{x \dot{x}\} \in U$ 、 $y \in R$ 及 $l = 1, 2, \dots, 36$ ，所以(4-27)

改寫成下式：

$$Ru^{(l)}: \text{若 } x_1 \text{ 是 } A_1^l \text{ 與 } x_2 \text{ 是 } A_2^l, \text{ 則 } y \text{ 是 } B^l \quad (4-28)$$

每條模糊規則<if-then>皆需定義其蘊含規則，而本研究採用之蘊含規則為乘積操作，表示如下式：

$$\mu_{A_1^l \times A_2^l} \rightarrow B^l(\underline{x}, y) = \mu_{A_1^l \times A_2^l}(\underline{x}) \mu_{B^l}(y) \quad (4-29)$$

其中 $\mu_{A_1^l \times A_2^l}(\underline{x}) = \mu_{A_1^l} * \mu_{A_2^l}$ ，“*” 為 T -基準(T-norm)[19]

模糊推論引擎(Fuzzy inference engine)，模糊邏輯原理被應用在結合模糊規則庫裡的模糊規則<if-then>，從在 U 中的模糊集合裡的模糊集合 A 映射到在 V 中的模糊集合裡的模糊集合 B 。根據推論的合成(Composition based inference)，所以在模糊規則庫中所有規則將被合併為在 $U \times V$ 上單一模糊關係，可視為一個單一模糊規則<if-then>。本研究採取(sup-star)推論合成，如下式所示：

$$\mu_{C_x \circ R^{(l)}}(y) = \sup_{x \in U} [\mu_{C_x}(x) * \mu_{A_1' \times A_2' \rightarrow B'}(x, y)] \quad (4-30)$$

其中 C_x 為在論域(Universal)裡的模糊集合。

由(4-29)與(4-30)可以得到乘積推論引擎(Product inference engine)，如下式：

$$\mu_{C_x \circ R^{(l)}}(y) = \sup_{x \in U} [\mu_{C_x}(x) \mu_{A_1'}(x_1) \mu_{A_2'}(x_2) \mu_{B'}(y)] \quad (4-31)$$

模糊化(Fuzzifier)定義為由一個真實的數值點 $x^* \in U \subset R^n$ 映射到在 U 上的模糊集合 A 的函數。本研究採取單點模糊化(Singleton fuzzifier)，單點模糊化映射一個真實數值點 $x^* \in U$ 到在 U 上的模糊單點 A ，而其歸屬值 x^* 上為 1 及 U 上的其他點為零，如下式所示：

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{若 } x = x^* \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4-32)$$

去模糊化(Defuzzifier)定義為從 $V \subset R$ 上的模糊集合 B 映射到明確點 $y^* \in V$ 。本研究採取中心平均值去模糊化，如下式所示：

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^{36} \bar{y}^l (\mu_{C_x \circ R^{(l)}}(\bar{y}^l))}{\sum_{l=1}^{36} (\mu_{C_x \circ R^{(l)}}(\bar{y}^l))} \quad (4-33)$$

其中 \bar{y}^l 為 μ_B^l 之最大值且為可調整之參數，設 $\mu_B^l(\bar{y}^l) = 1$ 。

將模糊系統利用上述之方法表示為下式：

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^{36} \bar{y}^l (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i'}(x_i))}{\sum_{l=1}^{36} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i'}(x_i))} \quad (4-34)$$

並定義基底函數為下式[20]：

$$\underline{\xi}(x) = \frac{\sum_{l=1}^{36} \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^{36} (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i))} \quad (4-35)$$

可將模糊系統改寫成下式：

$$y(x) = \theta^T \underline{\xi}(x) \quad (4-36)$$

其中 $\underline{\theta} = (\bar{y}^{-1}, \dots, \bar{y}^{-36})^T$ ；

$$\underline{\xi}(x) = (\xi^1(x), \dots, \xi^{36}(x))^T \circ$$

將(4-24)及(4-26)代入(4-23)可得誤差方程式如下式所示：

$$\dot{\underline{e}} = \underline{A}_c \underline{e} + \underline{g}_c [U_x^* - u_x(x | \underline{\theta})] \quad (4-37)$$

$$\text{其中 } \underline{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_2 & -k_1 \end{bmatrix}, \quad \underline{g}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ g_x \end{bmatrix} \circ$$

接著設計適應率來調變模糊控制器固定之 θ ，定義理想向量如下式：

$$\underline{\theta}^* = \arg \min_{|\underline{\theta}| \leq M_\theta} [\sup_{|x| \leq M_{x-x}} |u_x(x | \underline{\theta}) - U_x^*|] \quad (4-38)$$

其中 M_θ 及 M_{x-x} 為設計之參數，且定義最小趨近誤差為下式：

$$w \equiv u_x(x | \underline{\theta}^*) - U_x^* \quad (4-39)$$

將(4-39)代入(4-37)，可得下式：

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= \underline{A}_c \underline{e} + \underline{g}_c [u_x(x | \underline{\theta}^*) - u_x(x | \underline{\theta})] - \underline{g}_c w \\ &= \underline{A}_c \underline{e} + \underline{g}_c \underline{\phi}^T \underline{\xi}(x) - \underline{g}_c w \end{aligned} \quad (4-40)$$

其中 $\underline{\phi} \equiv \underline{\theta}^* - \underline{\theta}$ 及 $\underline{\xi}(x)$ 為模糊基底函數。

基於適應控制理論(Adaptive control theory)，定義李雅普諾夫函數(Lyapunov function)為下式所示：

$$V = \frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \frac{g_x}{2\gamma} \underline{\phi}^T \underline{\phi} \quad (4-41)$$

$$A_c^T P + P A_c = -Q$$

其中 γ 為正定常數，將(4-41)微分並將(4-40)代入可得下式：

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} + \underline{e}^T p \underline{g}_c (\underline{\phi}^T \underline{\xi}(x) - w) + \frac{g_x}{\gamma} \underline{\phi}^T \dot{\underline{\phi}} \quad (4-42)$$

令 \underline{p}_n 為 P 之最後一行向量，可得到下式：

$$\underline{e}^T p \underline{g}_c = \underline{e}^T \underline{p}_n g_x \quad (4-43)$$

將(4-43)代入(4-42)可得到適應率(Adaptive law)為下式：

$$\dot{\underline{\phi}} = -\gamma \underline{e}^T \underline{p}_n \underline{\xi}(x) \quad (4-44)$$

則(4-42)改寫為下式：

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \underline{e}^T Q \underline{e} - \underline{e}^T p \underline{g}_c w \\ &\leq -\frac{\lambda_{Q_{\min}} - 1}{2} |\underline{e}|^2 - \frac{1}{2} \left[|\underline{e}|^2 + 2 \underline{e}^T P \underline{g}_c w + |P \underline{g}_c w|^2 \right] + \frac{1}{2} |P \underline{g}_c w|^2 \\ &\leq -\frac{\lambda_{Q_{\min}} - 1}{2} |\underline{e}|^2 + \frac{1}{2} |P \underline{g}_c w|^2 \end{aligned} \quad (4-45)$$

其中 $\lambda_{Q_{\min}}$ 為 Q 之最小特徵值，並假設 $\lambda_{Q_{\min}} > 1$ ，可得下式：

$$\int_0^t |\underline{e}(\tau)|^2 d\tau \leq \frac{2}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} [V(0) + V(t)] + \frac{1}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} |P \underline{g}_c w|^2 \int_0^t |w(\tau)|^2 d\tau \quad (4-46)$$

由(4-45)及(4-46)得知系統之能量遞減，當時間趨近無窮大時，能量將逐漸減少趨近於零，證明控制器設計為穩定。

4.3.2 模擬結果

本章節使用設計好的適應模糊控制器應用於本研究之定位平台的數學模型上做摩擦力補償之模擬。

對 x 定義六個模糊集合，範圍為 $[-30,30]$ ，歸屬函數形式如圖 4-7 所示。接著對 \dot{x} 也定義了六個模糊集合，其範圍則為 $[-60,60]$ ，其歸屬函數形式如圖 4-8 所示。其模擬結果可分為兩個部分，一為步階響應結果如圖 4-9 所示，另一為弦波響應結果如圖 4-10 所示，由以上之模擬結果可證明本系統設計之可行性。

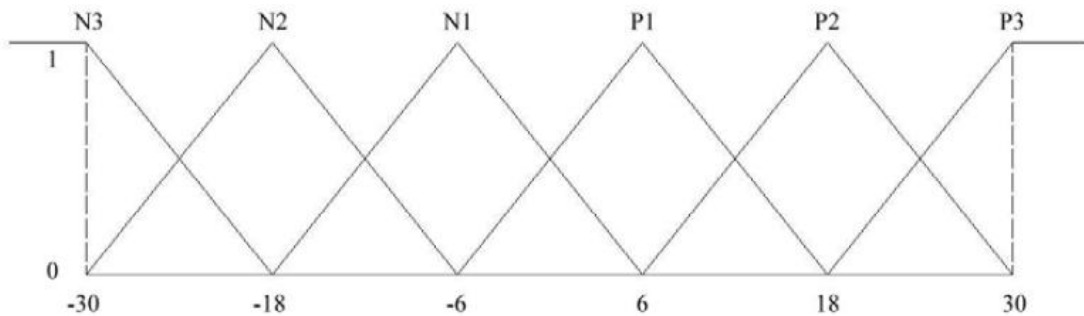


圖 4-7 x 歸屬函數圖

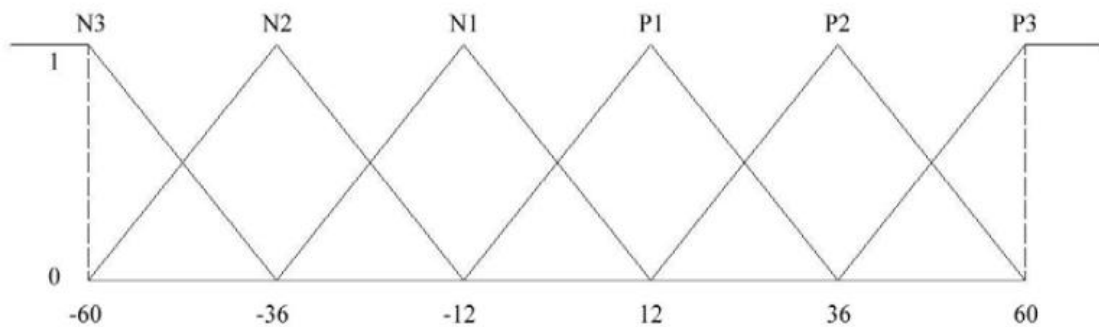


圖 4-8 \dot{x} 歸屬函數圖

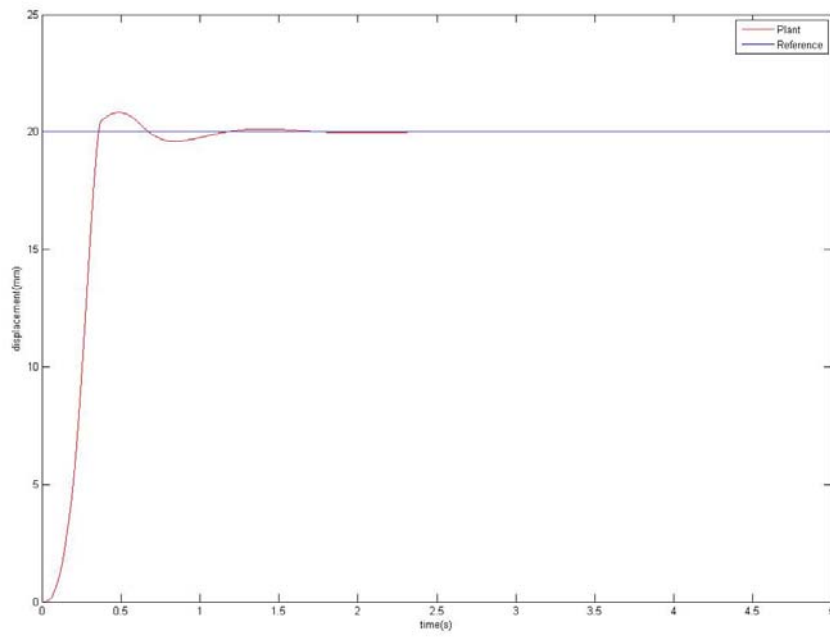


圖 4-9 適應模糊控制器步階響應模擬圖

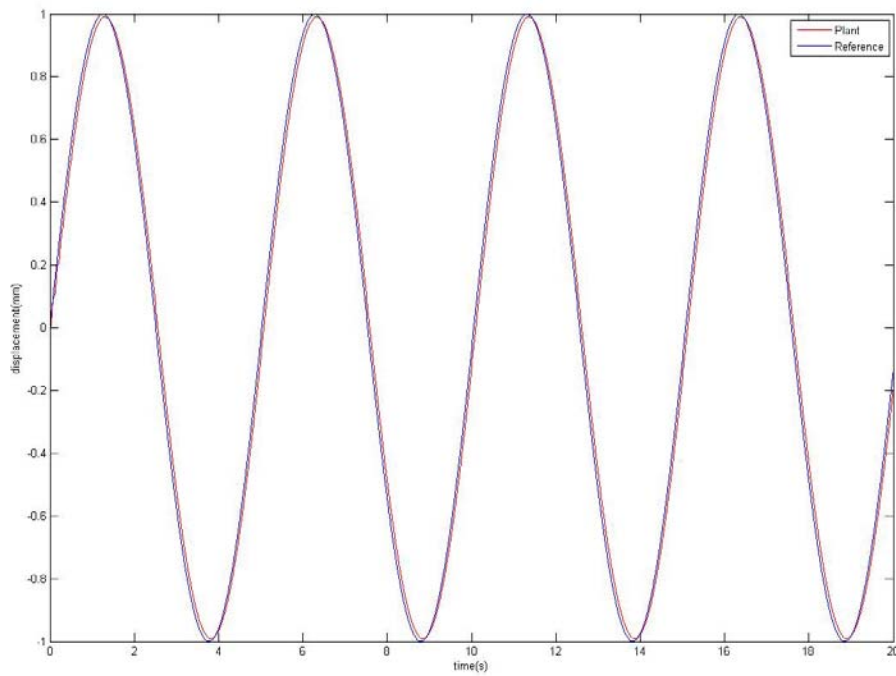


圖 4-10 適應模糊控制器弦波響應模擬圖

第五章 實驗結果與討論

為了驗證定位系統的控制性能，本實驗主要是採用 Labview 撰寫控制程式，經控制器所計算出的控制量由 AD/DA 卡，送出給驅動器推動管型線性馬達，然後由光學尺讀取位移訊號，再回授至控制器計算下一時間的控制量，在研究中將進行一系列的控制實驗，包括定點、連續步階定位與重複性步階定位與弦波軌跡追蹤。在本章節裡會依序對控制實驗的結果進行討論。

5.1 實驗設備

5.1.1 定位平台

圖 5-1 為定位平台實體圖，圖 5-2 為定位平台側邊定子支撐架實體圖。

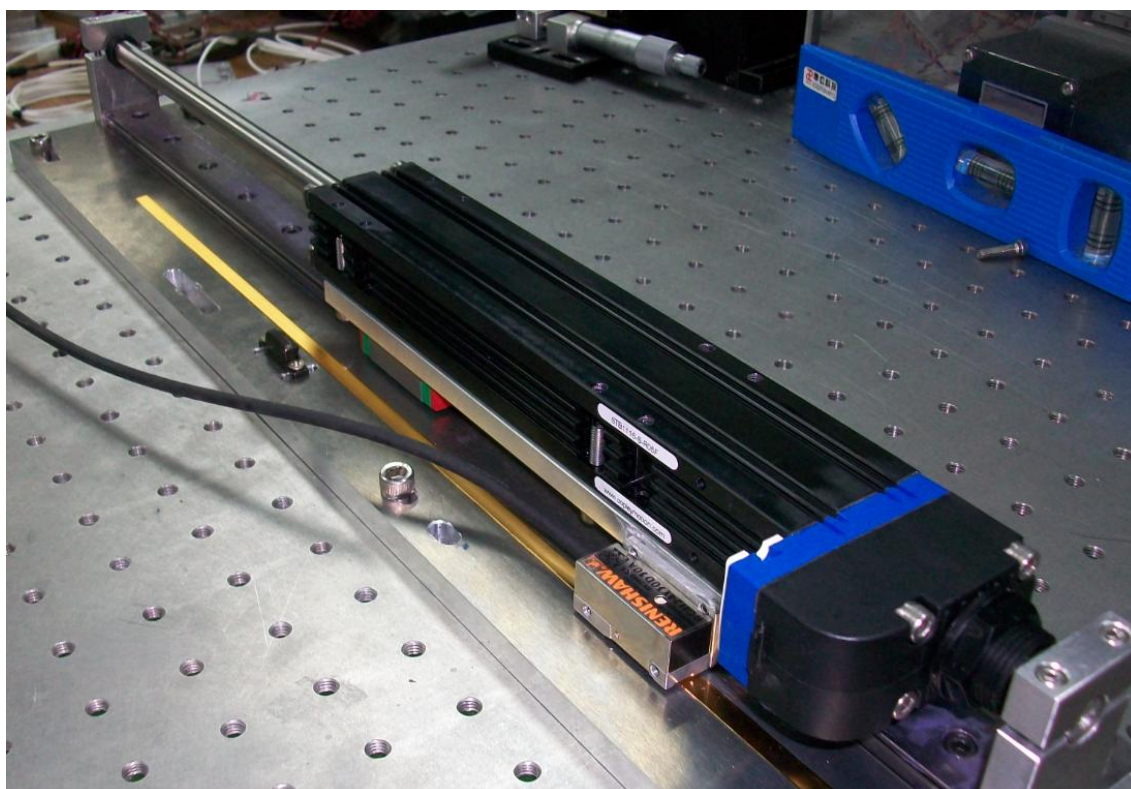


圖 5-1 管型線性馬達定位平台實體圖

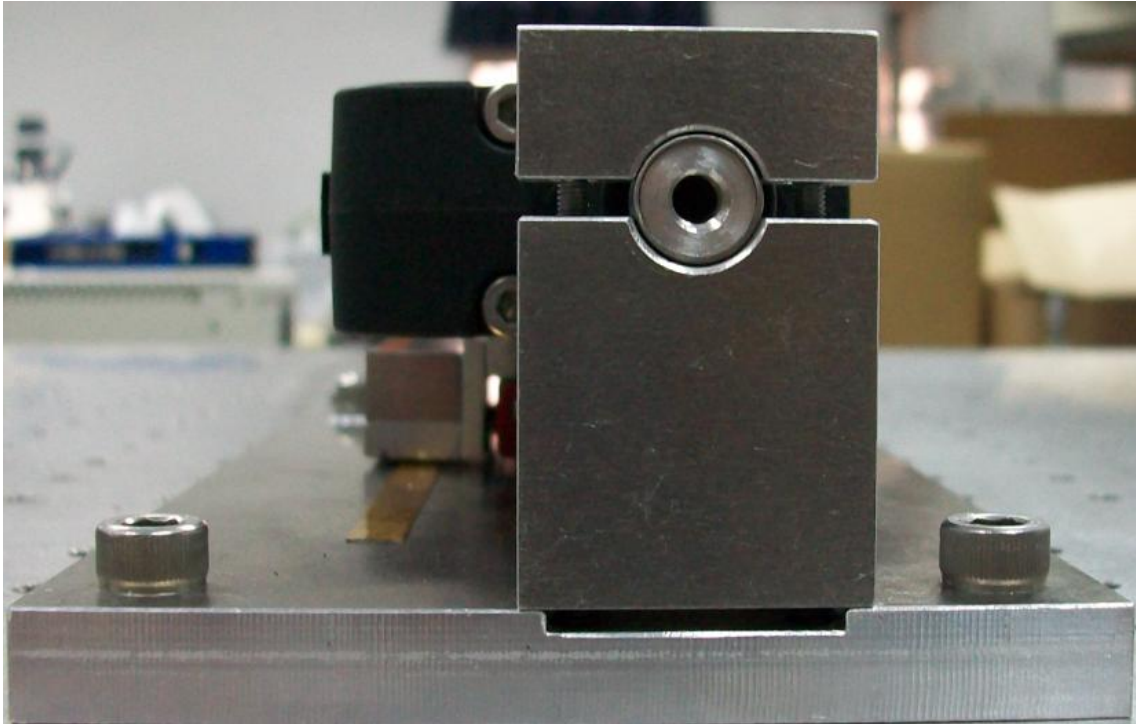


圖 5-2 管型線性馬達定位平台側邊定子支撐架實體圖

5.1.2 控制器的介面

本實驗主要是利用控制程式，將所計算出的控制量透過 DA 卡送出給驅動器推動其相對應之管型線性馬達，然後由光學尺讀取平台位移訊號，再經由 AD 卡回授至滑動觀測適應控制器計算下一時間的控制量，其電腦與控制系統規格為表 5-1。

表 5-1 電腦與控制系統規格表

CPU	Pentium IV 2.4GHz
RAM	1GB
Operating System	Windows XP
Language	Labview2010
AD/DA card	NI PXI-6289(16bits)

其中本研究選用之 AD/DA 轉換卡為美商國家儀器(National Instruments)之 NI PXI-6289 如圖 5-3 所示，此卡為高精確度多功能資料擷取卡(DAQ)，適用於 16 位元解析度的類比輸入通道。此解析度相當於 DC 量測的 5 位半解析度。為確保準確度，本身具有最佳化的 NI-PGIA 2 放大器技術，可得到高線性度、可迅速調整至 16 位元解析度，並具有拒絕高頻雜訊的可程式化低通濾波器，以防止訊號失真。高精確度的介面卡，具有類比輸出通道的可程式化位移和參考記錄，可在任何訊號上獲得最高 16 位元解析度。高準確度的 多功能 DAQ 資料擷取卡，適用於如裝置測試和特性分析的應用，還有需要精準儀器等級準確度的感測器和訊號量測應用，此訊號擷取卡相當適合於本實驗之快速及精確需求。



圖 5-3 NI PXI-6289 資料截取卡

本研究的控制器程式與軟體架構選用美商國家儀器出品的(National Instruments) 公司出品的 Labview2010(Laboratory virtual instrument engineering workbench)作為撰寫控制程式的工具。LabVIEW 為圖形化程式語言又可稱之為 G 語言，指令多為看見圖形便知道其用途，較其它一般的電腦語言容易著手學習。還具有強而有力的資料擷取、資料分析與結果呈現。除此之外，LabVIEW 更提供量測後的數學分析與顯示功能，本研究設計了兩種控制器分別為 PID 控制器、滑動觀測適應控制器、適應模糊控制器，本實驗之控制介面可由圖 5-4 至圖 5-9。

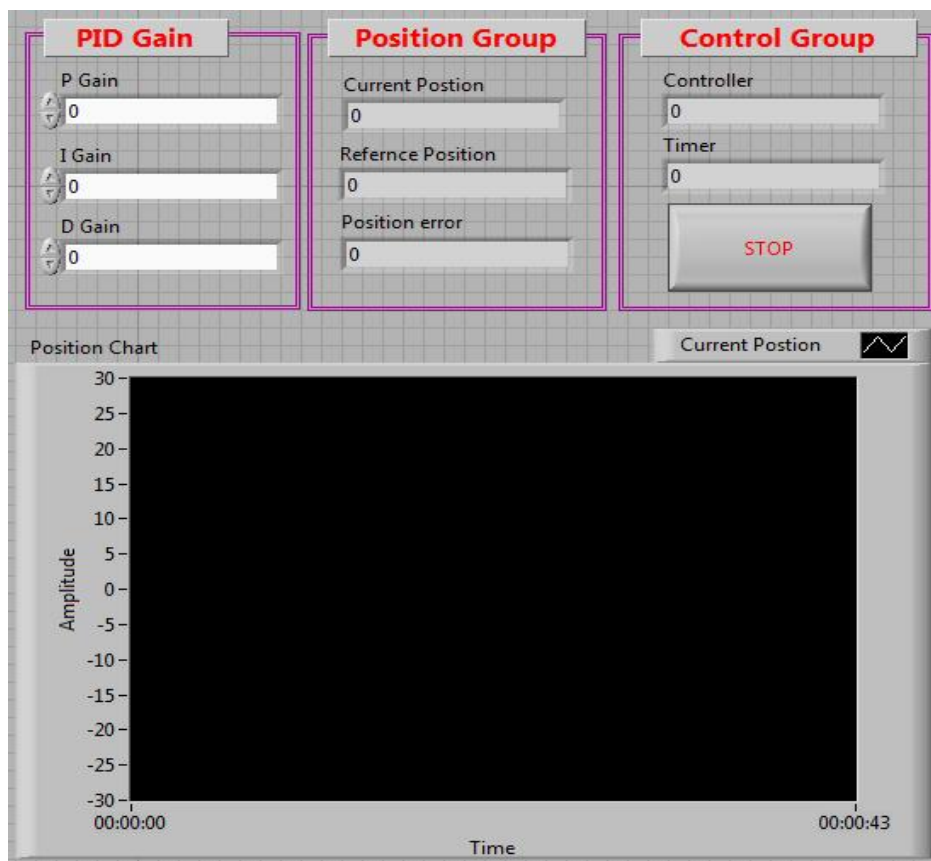


圖 5-4 PID 控制系統介面圖

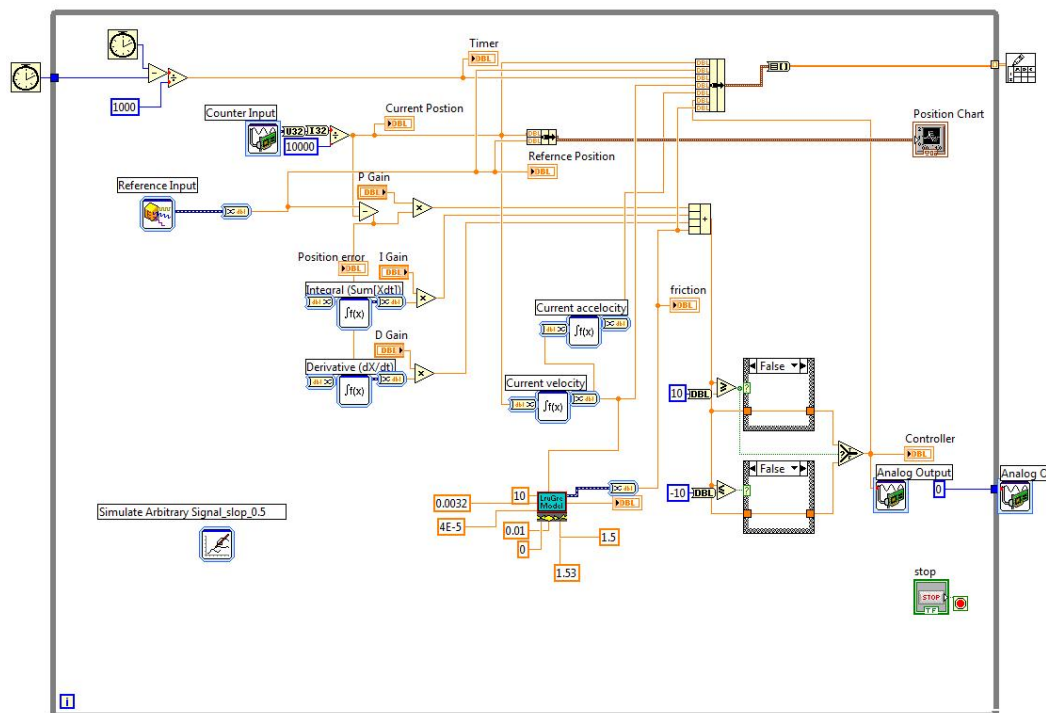


圖 5-5 PID 控制程式架構圖

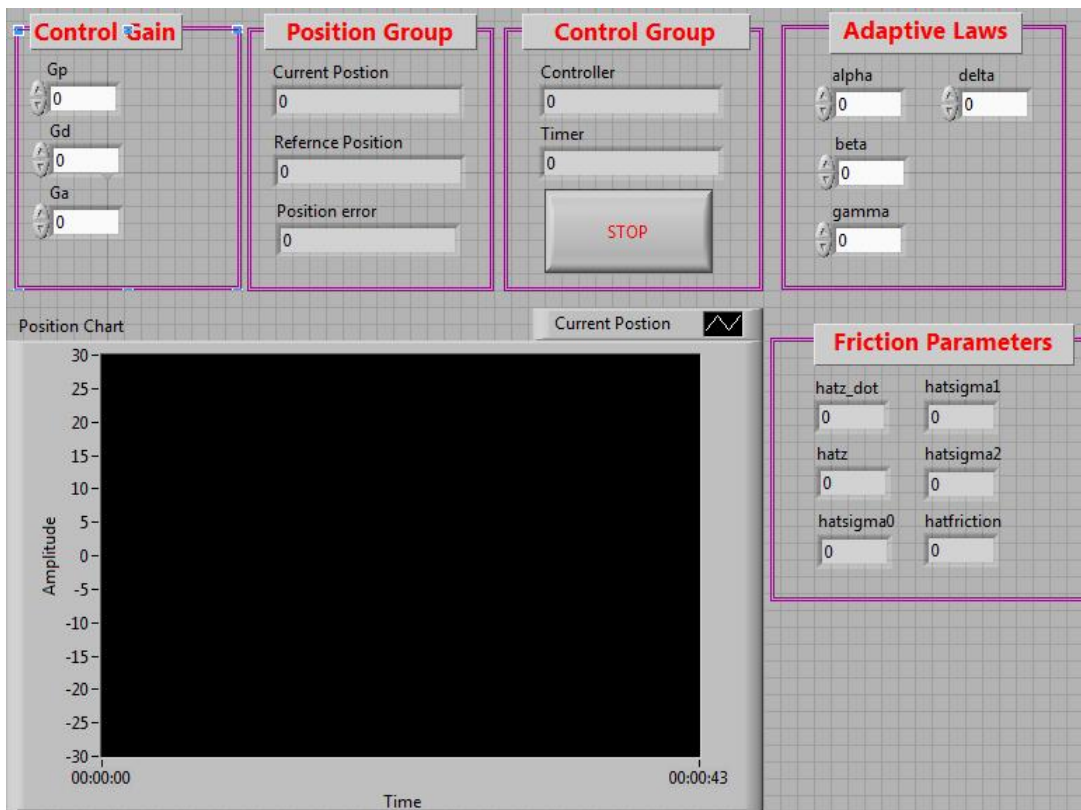


圖 5-6 滑動觀測適應控制系統介面圖

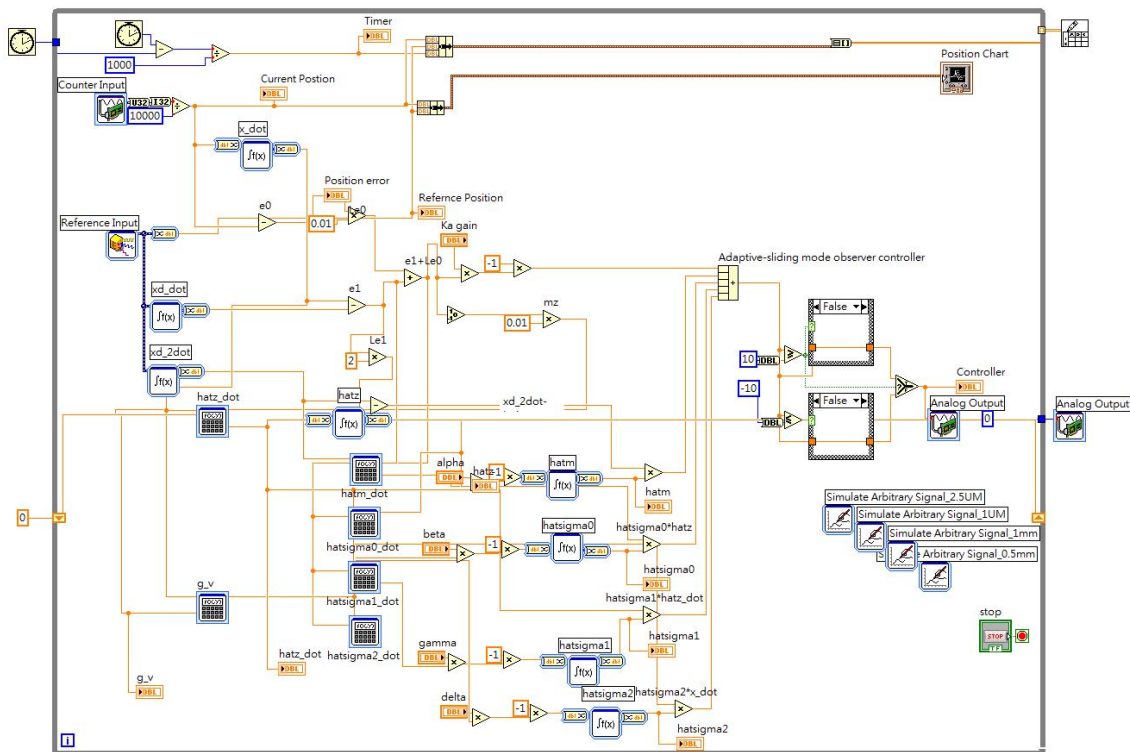


圖 5-7 滑動觀測適應控制系統架構圖

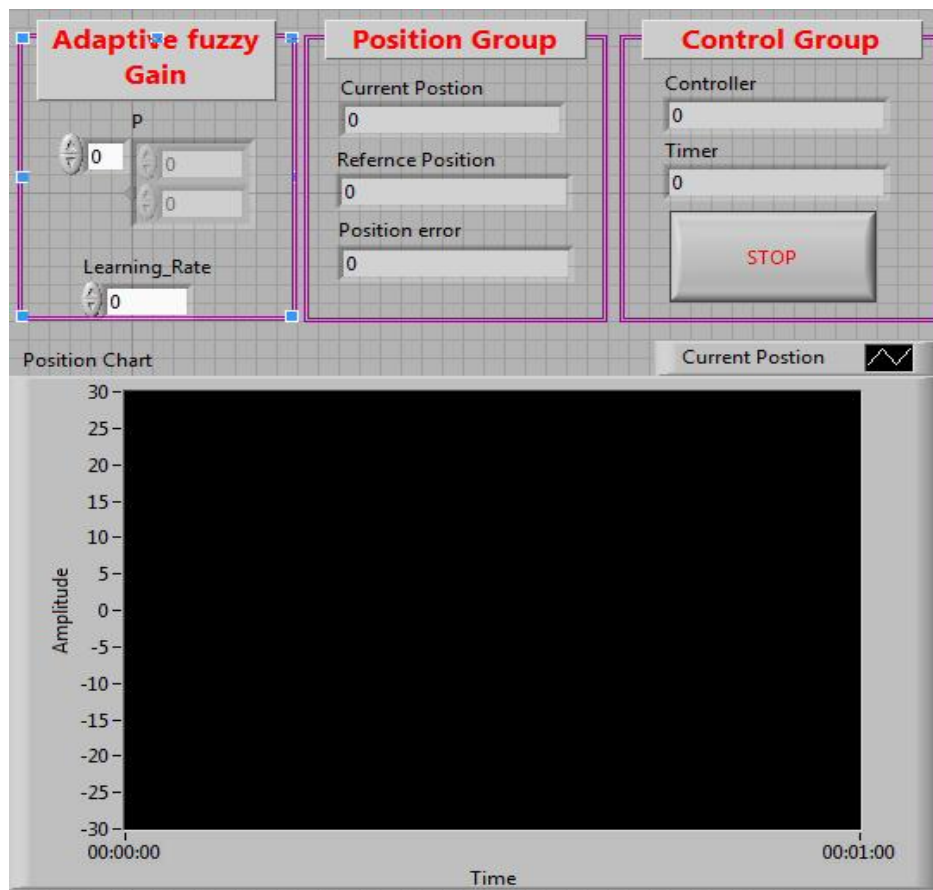


圖 5-8 適應模糊器控制系統介面圖

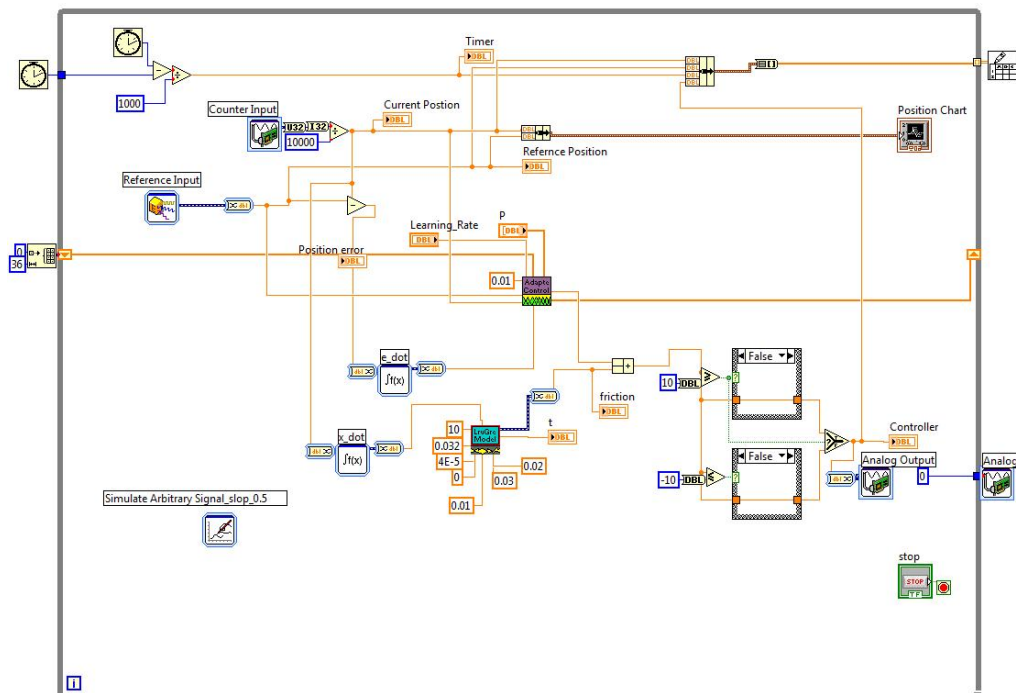


圖 5-9 適應模糊控制器控制系統架構圖

5.1.3 感測器與驅動器

感測器選用是線性增量式精密位移光學尺，作用距離量測感應器。本研究採用的是 Renishaw 型號 RGH-24-Y 的光學尺如圖 5-10 所示，這型感測器主要是有下列幾項特點與考量：

- 1.超小型讀數頭內部插值提供了行業標準數字和模擬輸出。
- 2.非接觸式設計，提供高速可靠的運行速度和零摩擦磨損。
- 3.積分設置的 LED 可以輕鬆安裝讀數頭。
- 4.具有穩定出色的信號濾波光學編碼器。
- 5.參考零點提供可重複的起始位置。

驅動器實體圖如圖 5-11 所示。



圖 5-10RGH-24-Y 線性增量式光學尺



圖 5-11 ACP-090-09 驅動器

5.2 PID 控制器實驗結果

5.2.1 定點控制

此實驗主要目的為測試平台之定位性能，若設計之 PID 控制器無法得到良好的響應，則往後的追蹤控制也無法得到好的結果。圖 5-12 為定點控制響應圖，圖 5-13 為定點控制輸入響應圖。

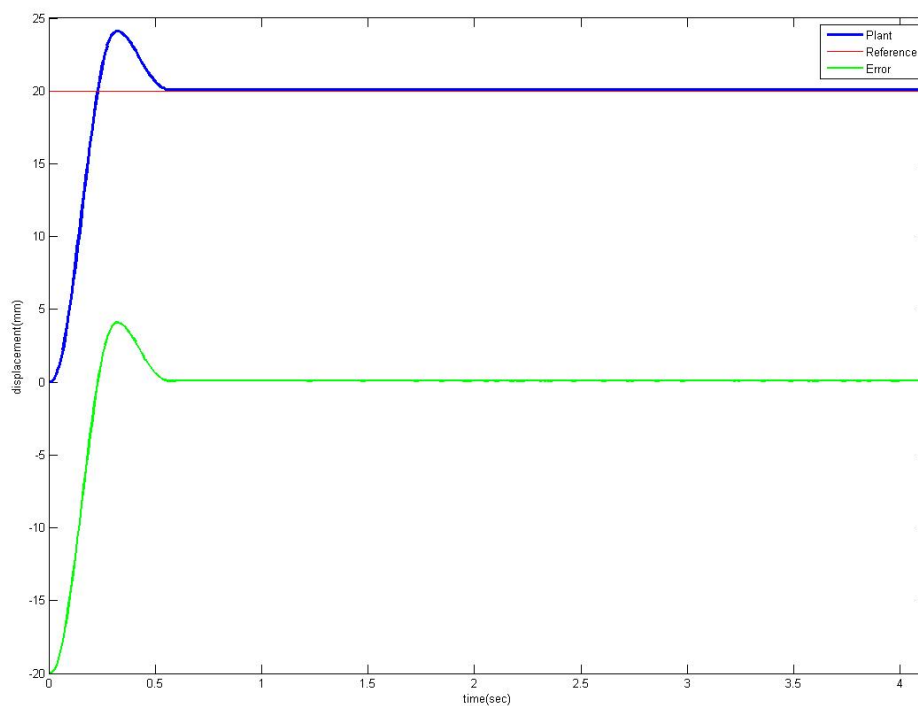


圖 5-12 定點控制響應圖(PID)

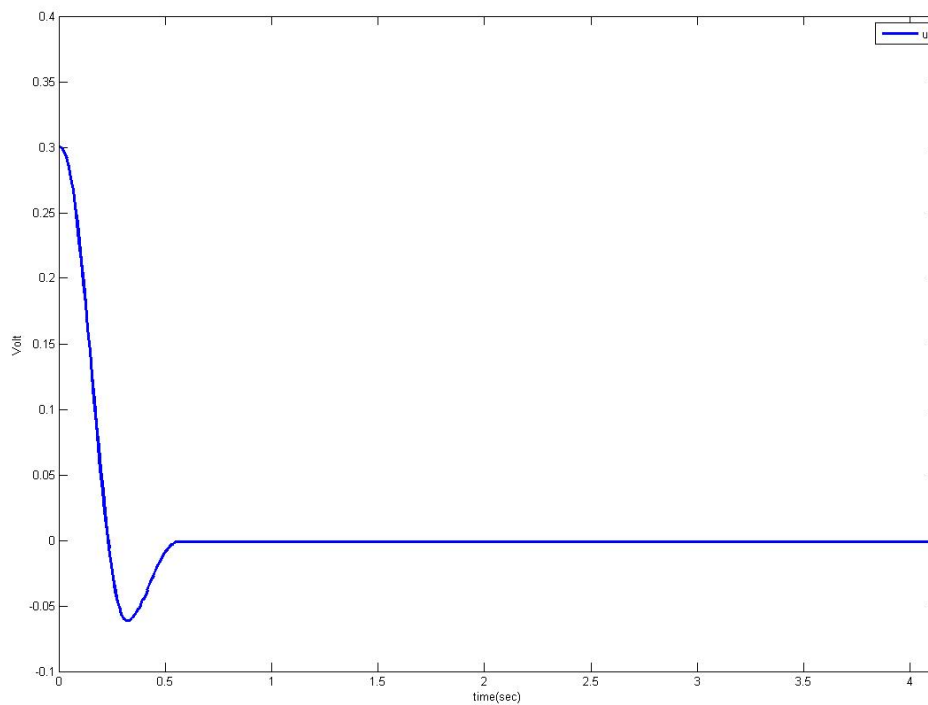


圖 5-13 定點控制輸入響應圖(PID)

5.2.2 正弦波控制

正弦波運動控制實驗為測試平台之追蹤性能，實驗條件為振幅 20mm、頻率為 0.05Hz，圖 5-11 為正弦波控制測試展示。

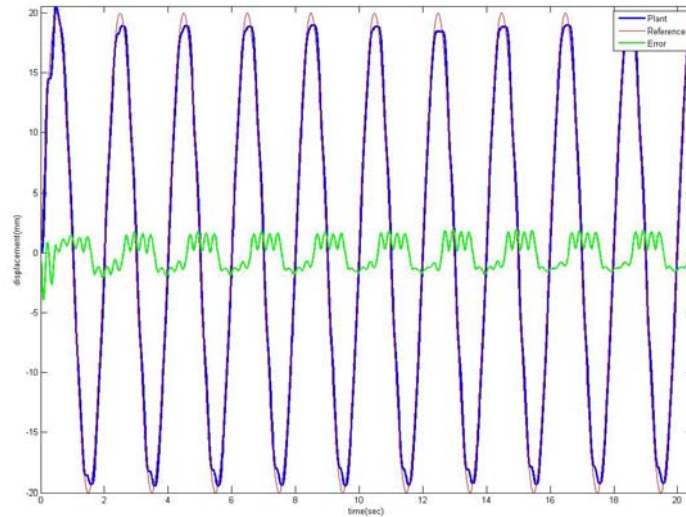


圖 5-14 正弦波控制響應圖(PID)

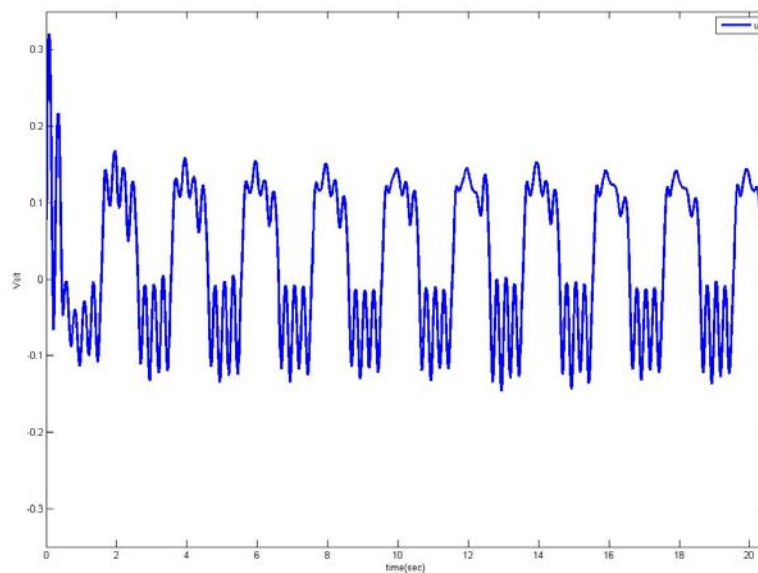


圖 5-15 正弦波控制輸入響應圖(PID)

5.3 滑動觀測適應控制器實驗結果

5.3.1 定點控制

此實驗之主要目的為測試平台之定位性能，且為了往後的追蹤控制實驗做準備，若本研究所設計的滑動觀測適應控制器對摩擦力沒有較佳的補償效果，影響系統的定位性能，也會因此無法得良好的追蹤效能表現。圖 5-16 為定點控制響應圖，圖 5-17 為定點控制輸入響應圖。

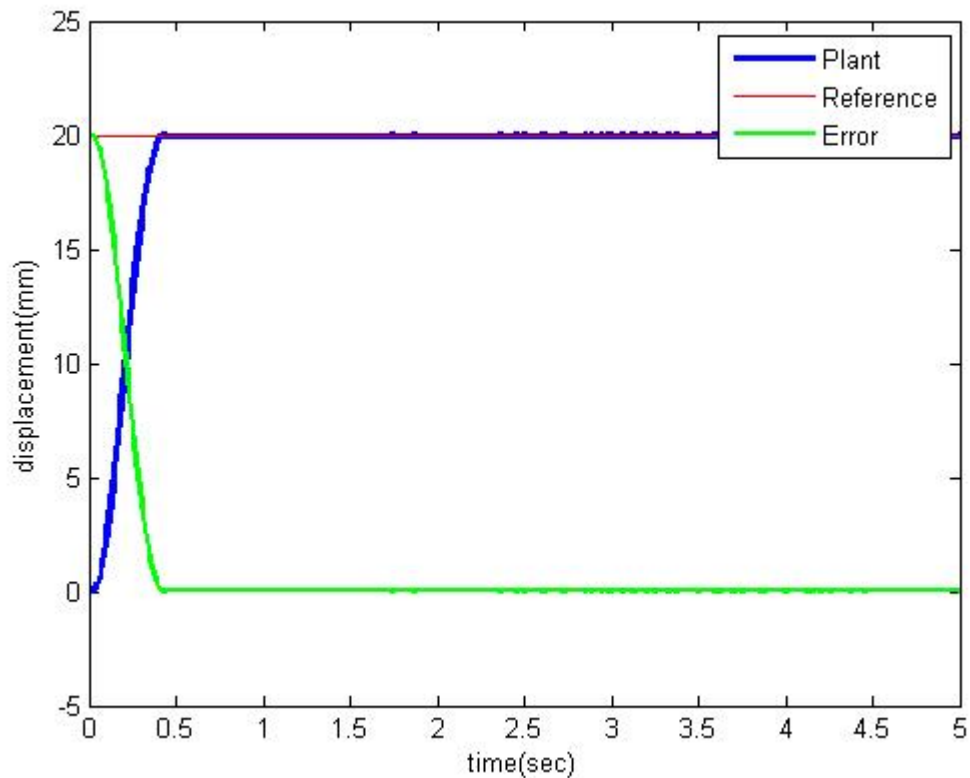


圖 5-16 定點控制響應圖(滑動觀測適應控制器)

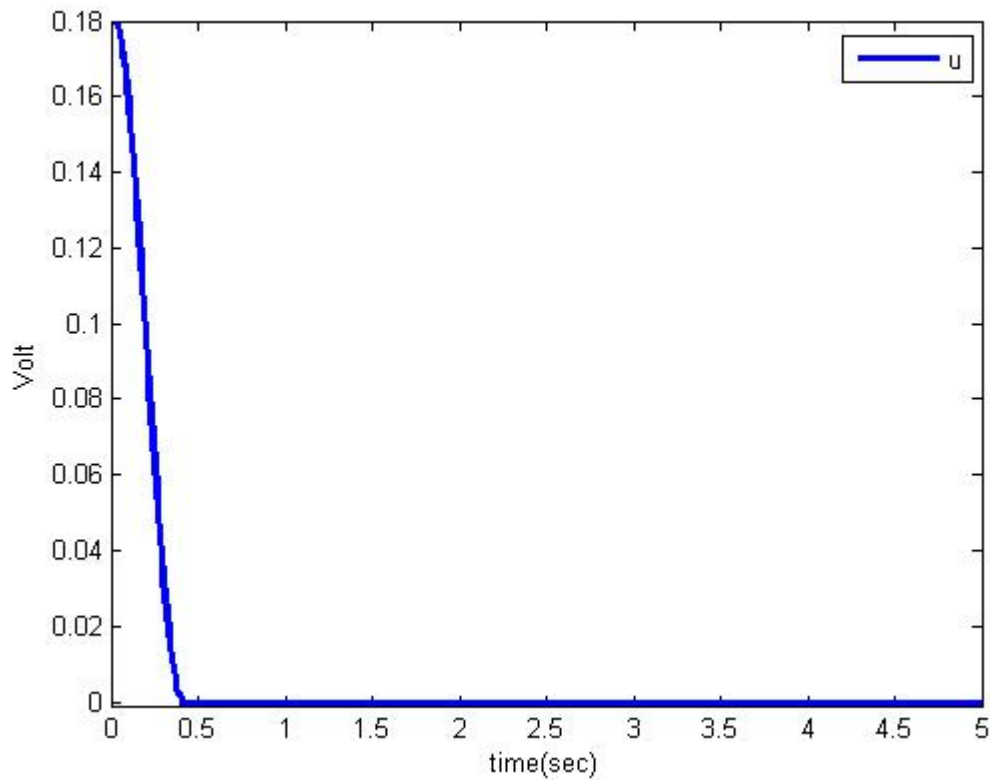


圖 5-17 定點控制輸入響應圖(滑動觀測適應控制器)

5.3.2 正弦波控制

正弦波運動控制實驗為測試平台追蹤性能以及平台運動平順度，實驗條件為振幅 20mm、運動頻率為 0.01Hz。圖 5-18 為正弦波控制響應圖，圖 5-19 為正弦波控制輸入響應圖。

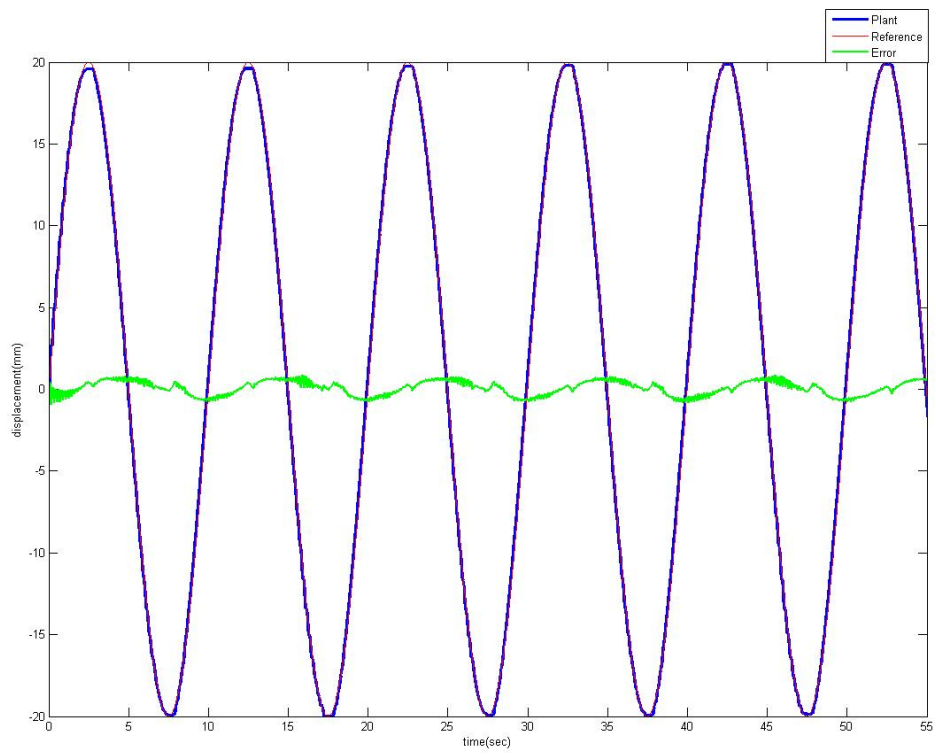


圖 5-18 正弦波控制響應圖(滑動觀測適應控制器)

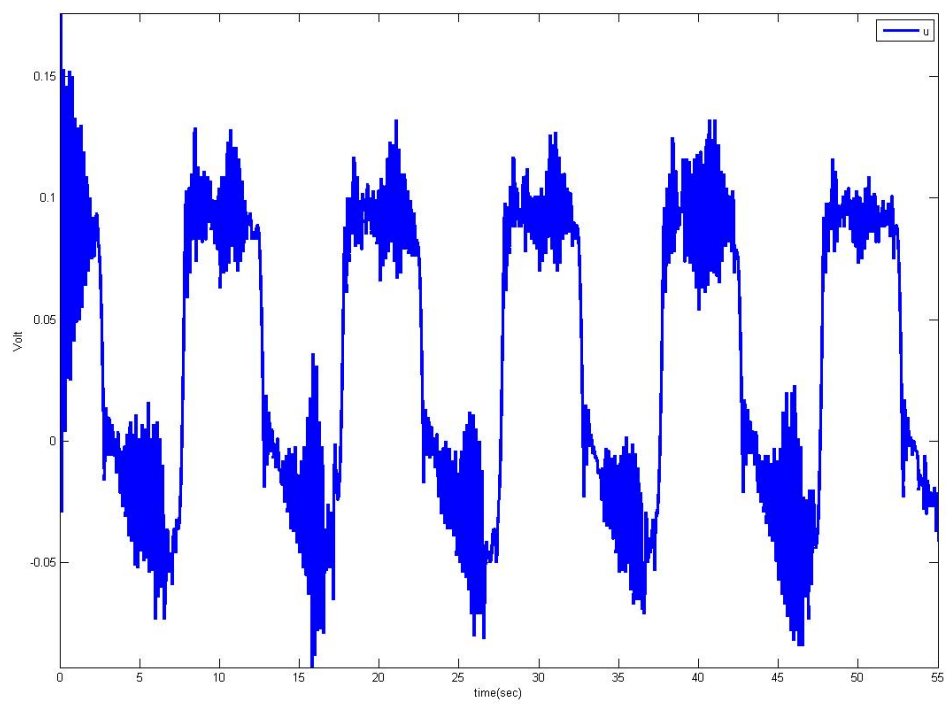


圖 5-19 正弦波控制輸入響應圖(滑動觀測適應控制器)

5.4 適應模糊控制器實驗結果

5.4.1 定點控制

此實驗之主要目的為測試平台之定位性能，且為往後的追蹤控制實驗做準備，若所設計的適應模糊控制器無法在此實驗中有好的響應表現時，則追蹤控制也無法得到好結果。圖 5-20 為定點控制響應圖，圖 5-21 為定點控制輸入響應圖。

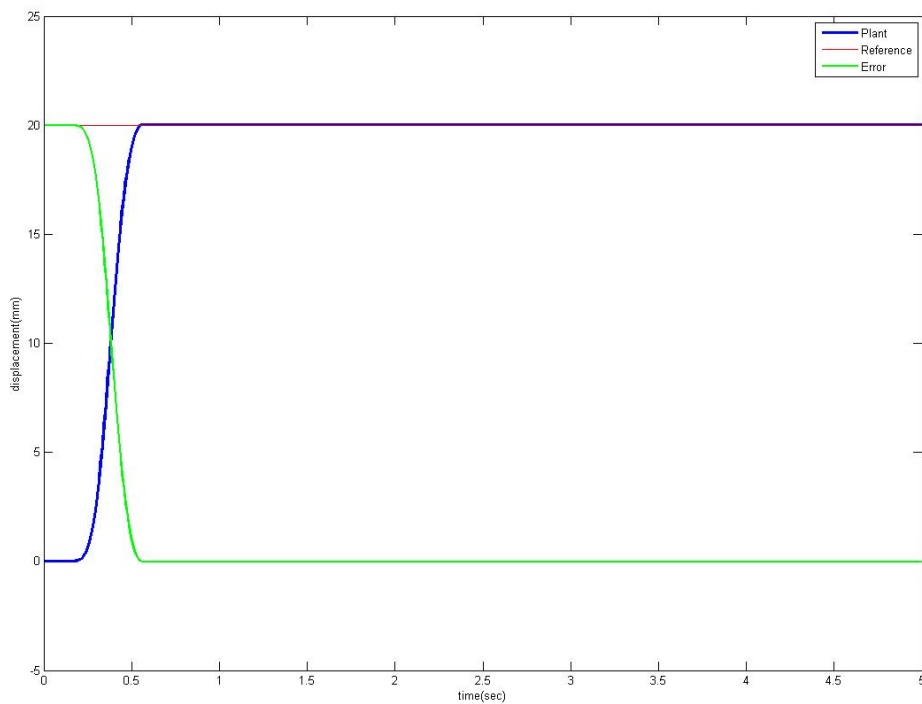


圖 5-20 定點控制響應圖(適應模糊控制器)

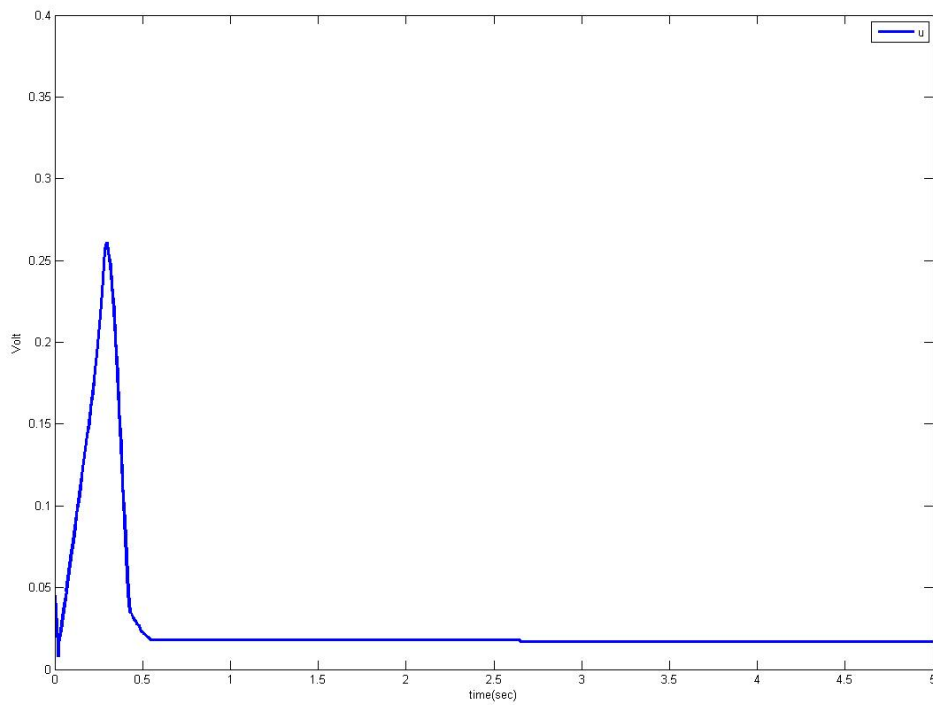


圖 5-21 定點控制輸入響應圖(適應模糊控制器)

5.4.2 正弦波控制

正弦波運動控制實驗室為測試平台追蹤性能及運動平順度，實驗條件為振幅 20mm、運動頻率為 0.01Hz。圖 5-22 為正弦波控制響應圖，圖 5-23 為正弦波控制輸入響應圖。

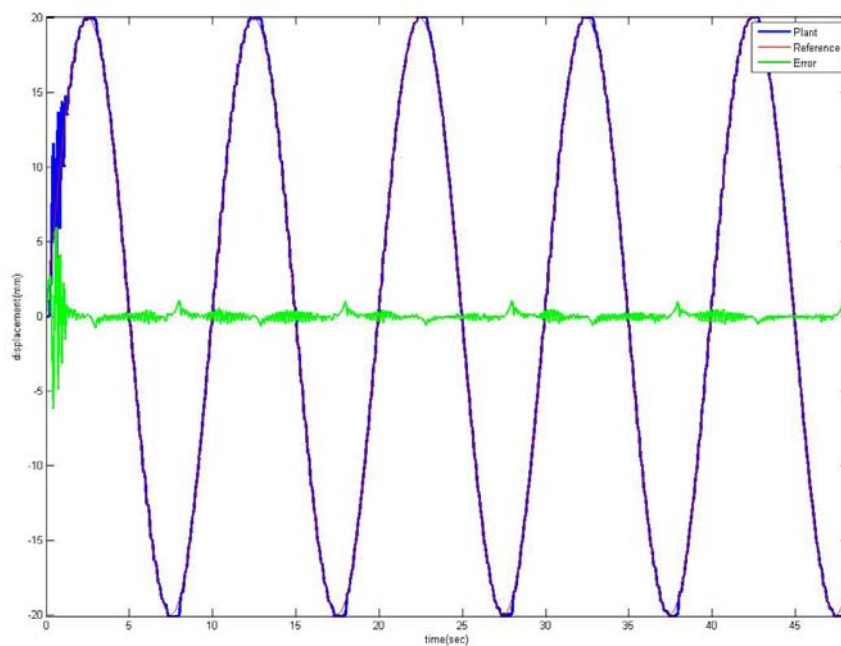


圖 5-22 正弦波控制響應圖(適應模糊控制器)

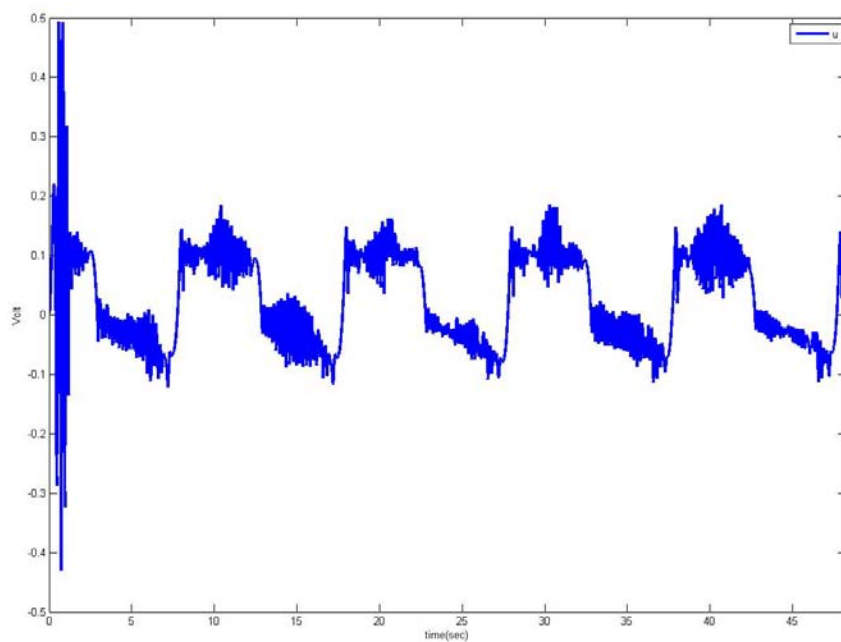


圖 5-23 正弦波控制輸入響應圖(適應模糊控制器)

5.5 實驗結果總結

經過上述各種控制器(PID 控制器、滑動觀測適應控制器、適應模糊器)與各種實驗結果(定點控制、正弦波控制)，可以得知本研究所設計的控制器皆能達到良好之效果。在摩擦力補償方面，滑動觀測適應控制器與適應模糊控制器皆優於 PID 控制器，將這三種控制器之評比整理在表 5-2，針對三種控制器其響應時間、追蹤性能、摩擦力補償效果、參數調整時間進行比較。

表 5-2 控制器效果之比較

	PID 控制器	滑動觀測適應控 制器	適應模糊控制器
響應時間	佳	佳	佳
追蹤性能	差	最佳	較佳
摩擦力補償	差	最佳	較佳
參數調整時間	最佳	略低	較佳

第六章 結論與未來展望

本研究設計與實現高精度之定位平台，此平台提供單自由度的運動控制。我們針對傳動機構中的線性滑軌所受之摩擦力進行分析，主要利用動態摩擦力模型(LuGre friction model)來計算摩擦力，或是透過滑動觀測器(Sliding-mode observer)來估測摩擦力。

在摩擦力補償設計方面，本論文主要為兩種方式，第一種是利用路易摩擦力模型(LuGre friction model)先做前饋補償，然後再透過PID控制器閉迴路控制或由適應模糊控制器再進行補償。另一種則是透過滑動觀測器(Sliding-mode observer)結合路易摩擦力模型(LuGre friction model)搭配適應控制器之設計來達到消除摩擦力對系統造成的影響。本實驗主要是先以Matlab做模擬分析，然後用Labview做實驗，根據模擬與實驗結果，確實證明經過所設計之補償器補償後之定位平台，具有良好的定位及追蹤性能。

本研究未來希望能將定位精度提升至奈米等級，因此在摩擦力分析及控制器上需加以探討，在摩擦力分析方面，雖然路易摩擦力模型(LuGre friction model)能大部分描述出摩擦力靜態及動態之行為，但還是有無法表達之地方，因此尋找改善路易摩擦力模型(LuGre friction model)或進而設計出新的摩擦力模型是未來研究的課題之一。而在控制器上，由於摩擦力屬於非線性之現象，未來將參考更多與非線性控制相關之控制器與摩擦力模型做搭配，進而找到最佳之摩擦力補償器組合，這些都是未來後續發展之要點。

參 考 文 獻

- [1] A. Helouvry, B. P. Dupont and C. Canudas de Wit “A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction,” *Automatica*, Vol. 30, No. 7, pp. 1083-1138. 1994.
- [2] C. Canudas de Wit, H.Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky “A new model for control of systems with friction” *IEEE transactions on automatic control*, Vol. 40, pp. 419-425, 1995.
- [3] C. I. Huang, and L. C. Fu “Adaptive approach to motion controller of linear induction motor with friction compensation” *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, Vol. 12, No. 4, pp. 480-490, 2007.
- [4] F. Cupertino, D. Naso, E. Minino, and B. Turchiano “Sliding-mode control with double boundary layer for robust compensation of payload mass and friction in linear motors” *IEEE transactions on industry applications*, Vol. 45, No. 5, pp. 1688-1696, 2009
- [5] S. L. Chen, K. K. Tan, S. Huang, and C. S. Teo “Modeling and compensation of ripples and friction in permanent-magnet linear motor using a hysteretic relay,” *IEEE transactions on mechatronics*, Vol. 15, No. 4, pp. 586-594, 2010
- [6] A. Amthor, S. Zschaeck, and C. Ament “High precision position control using an adaptive friction compensation approach” *IEEE transactions on automatic control*, Vol.55, No 1, pp. 274-278, 2010.

- [7] T. H. Lee, K. K. Tan, and S. Huang “Adaptive friction compensation with dynamic friction model,” *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, Vol. 16, No. 1, pp. 133-140, 2011.
- [8] <http://www.hiwin.com.tw/>
- [9] 韓曾晉編著，「適應控制系統-Control Systems of Adaptive」，科技圖書股份有限公司，37~346 頁，民國八十一年六月初版。
- [10] S. Peng and S. Shyh-Pyng, “Robust H^∞ control for linear discrete-time systems with norm-bounded nonlinear uncertainties,” *IEEE transactions on automatic control*, Vol. 44, pp. 108-111, 1999.
- [11] 陳永平、張浚林編著，「可變結構控制設計」，全華科技圖書股份有限公司，1-1~8-52 頁，民國九十一年九月二版。
- [12] D. G. Ren and D. Howe, “Robust magnetic bearing control via eigenstructure assignment dynamical compensation,” *IEEE transactions on control systems technology*, Vol. 11, pp. 204-215, 2003.
- [13] H. S. Kyung and R. Langari, “Robust fuzzy control of a magnetic bearing system subject to harmonic disturbances,” *IEEE transactions on control systems technology*, Vol. 8, pp. 366-371, 2000.
- [14] K. H. Ang, G. Chong, and Y. Li, “PID control system analysis, design, and technology,” *IEEE transactions on control systems technology*, Vol. 13, no. 4, 2005.

- [15] J. C. Basilio and S. R. Matos, "Design of PI and PID controllers with transient performance specification," *IEEE transactions on Education*, Vol. 45, no. 4, 2002.
- [16] J. Jacques, E. Slotine, and W. Li, *Applied nonlinear control*, Prentice Hall, 1990.
- [17] M. Y. Chen and C. H. Jou, "Design and control for a 2-DOF high-precision positioning platform using electrical-magnetic device," 碩士論文，國立台灣師範大學(2008).
- [18] L. X. Wang, "Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems," *IEEE transactions on fuzzy system*, Vol. 1, no. 2, pp. 146-155, 1993.
- [19] C.C. Lee, "Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller, parts I and II," *IEEE transactions on systems*, Vol. 20, no. 2, pp. 404-435, 1990.
- [20] L. X. Wang and J. M. Mendel, "Fuzzy basis functions universal approximation, and orthogonal least squares learning," *IEEE transactions on neural network*, Vol. 3, no. 5, pp. 807-814, 1992.